เอกสารประกอบการสอน

ฟิสิกส์พื้นฐาน

FUNDAMENTAL PHYSICS

2nd edition 2013

ชีวะ ทัศนา

ภาควิชาฟิสิกส์

มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

บทที่ 1

หน่วยและปริมาณทางฟิสิกส์

UNIT AND PHYSICAL QUANTITIES

1.1 ปริมาณทางฟิสิกส์และหน่วยมาตราฐาน

ปริมาณทางฟิสิกส์ (Physical Quantity) คือ ตัวเลขที่ได้จากการวัดการทดลองแบ่งออกเป็นสองประเภทคือปริมาณสเกลาร์และปริมาณเวกเตอร์ โดยที่ปริมาณสเกลาร์ (scalar quantity) คือ ปริมาณที่มีแต่ขนาด(magnitude) เท่านั้น อาทิเช่น อุณหภูมิ พื้นที่ ปริมาตร และเวลา เป็นต้น ในขณะที่ปริมาณเวกเตอร์ (vector quantity) คือปริมาณที่มีทั้งขนาด (magnitude) และทิศทาง (direction) เช่น การกระจัด ความเร็ว และแรง เป็นต้น ทั้งนี้ในการวัดปริมาณทางฟิสิกส์นั้นอาจทำได้หลายวิธี ตัวอย่างเช่น การวัดระยะทางอาจจะวัดโดยใช้ไม่บรรทัดหรือวัดโดยใช้นาฬิกาจับเวลา หรืออาจจะต้องใช้ทั้งสองวิธี เช่น การวัดความเร็วซึ่งต้องวัดทั้งระยะทางและเวลาพร้อมกัน

นอกจากนี้แล้วที่สำคัญที่สุดของการวัดปริมาณต่างๆคือเราต้องเปรียบเทียบกับปริมาณอ้างอิงที่เป็นค่าคงตัวและมีมาตรฐาน ดังนั้นจึงต้อง นิยาม ปริมาณหนึ่งหน่วย (unit of the quantity) ตัวอย่างเช่น ความยาวขนาดหนึ่งเมตรหรือมวลขนาดหนึ่งกิโลกรัม เป็นค่ามาตรฐานเพื่อที่เราจะรู้ว่าความยาว 10 เมตรคือความยาวที่มีขนาดเป็น 10 เท่าของความยามมาตรฐาน หรือสามารถบอกได้ว่ามวล 80 กิโลกรัมคือมวลที่มีขนาด 80 เท่าของมวลมาตรฐาน ดังนั้นเพื่อความถูกต้อง แม่นยำในการวัด ปริมาณหนึ่งหน่วยต้องเป็นปริมาณที่ไม่เปลี่ยนแปลงและสามารถจำลองหรือสำเนานำไปใช้ในที่ต่างๆ ได้

โดยทั่วไปนักวิทยาศาสตร์และวิศวกรทั่วโลกนิยมใช้ระบบเมตริกซ์ (metric system) แต่ในปี ค.ศ. 1960 ที่ประชุมนานาชาติได้กำหนด ระบบหน่วยมาตรฐานของปริมาณพื้นฐานทางวิทยาศาสตร์ขึ้นมาใหม่ เรียกว่า ระบบหน่วยสากล (International system) หรือที่นิยมเรียกว่าระบบเอสไอ (S.I : systeme International) ซึ่งปริมาณหนึ่งหน่วยทางฟิสิกส์ที่สำคัญได้แก่ ความยาว (length) มวล (mass) และเวลา (time)

ความยาว

ปี ค.ศ.1799 ความยาวหนึ่งเมตรนิยามจาก 1/10,000,000 เท่าของระยะจากเส้นศูนย์สูตรถึงขั้วโลกเหนือ ต่อมาในปี ค.ศ. 1960 ความยาวหนึ่งเมตรนิยามจากความยาวคลื่นของแสงสีส้ม-แดงที่เกิดจากหลอดคริปตอน (Krypton-86) ตั้งแต่เดือนพฤศจิกายน ปี ค.ศ. 1983 เป็นต้นมาจนถึงปัจจุบัน ความยาวหนึ่งเมตร นิยามจาก ระยะทางที่แสงเดินทางได้ในสุญญากาศภายในเวลา 1/299.729.458 วินาที

มวล (Mass)

มวลมาตรฐาน มีหน่วยเป็น กิโลกรัม (kg) นิยามจากมวลของ แพทินัม-อิริเดียม ซึ่งเก็บไว้ที่สำนักงานชั่งตวงวัดระหว่างประเทศ กรุงปารีส ประเทศฝรั่งเศส ดังภาพที่ 1.1 (ก)

เวลา (Time)

ในปี ค.ศ. 1889 ถึง 1967 เวลาหนึ่งหน่วย (วินาที) นิยามจากค่าเฉลี่ยของภายในหนึ่งวันโดยนับจากเที่ยงวันไปจนถึงเที่ยงวันถัดไป ดังนั้น เวลาหนึ่งหน่วยหรือหนึ่งวินาทีจึงเท่ากับ 1/(24)(60)(60) หรือ 1/86,400 ตั้งแต่ปี ค.ศ. 1967 จนถึงปัจจุบัน เวลาหนึ่งวินาที นิยามจากเวลา 9,129,631,700 เท่าของคาบของการสั่นของการแผ่รังสีของซีเซียมอะตอม ภาพที่ 1.1 (ข) แสดงนาฬิกาอะตอม

ภาพที่ 1.1 (ก) มวลมาตรฐานซึ่งถูกเก็บรักษาไว้ที่ฝรั่งเศส และ (ข) นาฬิกาอะตอมซีเซียม ซึ่งในเวลา 20 ล้านปี จะเดินช้าไป 1 วินาที (College Physics 9 edition, Raymond A. Serway: 2)

1.2 ระบบหน่วยและคำอุปสรรค

1.2.1 หน่วยเอสไอ

หน่วยเอสไอ (SI unit) หรือ เรียกว่าระบบ เอ็มเคเอส (meter-kilogram-second ;mks) คือระบบหน่วยที่ประเทศต่างๆ ทั่วโลกตกลงที่จะใช้ร่วมกันเป็นมาตรฐานสากลประกอบด้วย หน่วยฐาน (base units) หน่วยเสริม (supplementary units) และหน่วยอนุพันธ์ (derivative units) นอกจากนี้ยังมีคำอุปสรรค (prefixs) สำหรับใช้แทนคำพหุคูณในการวัดปริมาณต่างๆ

หน่วยฐาน (Base unit) ประกอบด้วย 7 ปริมาณ คือ

ปริมาณทางฟิสิกส์	หน่วย	สัญลักษณ์
ความยาว (Length)	เมตร (metre)	m
มวล (Mass)	กิโลกรัม (kilogram)	Kg
เวลา (Time)	วินาที (second)	S
กระแสไฟฟ้า (electric current)	แอมป์แปร์ (ampere)	A
อุณหภูมิ (Temperature)	เคลวิน (kelvin)	K
ปริมาณสาร (amount of substance)	โมล (mole)	Mol
ความเข้มข้นของการส่องสว่าง (luminous intensity)	แคนเดลา (candela)	cd

หน่วยเสริม (supplementary units) เป็นหน่วยที่เกี่ยวกับมุม มี 2 ปริมาณ คือ

ปริมาณทางฟิสิกส์	หน่วย	สัญลักษณ์
มุมระนาบ (plane angle)	เรเดียน (radian)	rd
มุมตัน (solid angle)	สเตอเรเดียน (steradian)	sr

หน่วยอนุพันธ์ (derivative units) คือ หน่วยที่เกิดจากการผสมหน่วยฐานมีมากมาย เช่น

ปริมาณทางฟิสิกส์	หน่วย	สัญลักษณ์
ความเร็ว (velocity)	เมตรต่อวินาที (metre per second)	m/s
ความเร่ง (acceleration)	เมตรต่อวินาที ^{2} (metre per second^2)	m/s^2
แรง (Force)	นิวตัน (Newton)	N; (kh.m/s^2)
งาน พลังงาน (Work, Energy)	จูล (joule)	J; (N.m)
กำลัง (Power)	วัตต์ (watt)	W; (J/s)
ความถี่ (frequency)	เฮิร์ทซ์ (Herzt)	Hz: s^{-1}
ศักย์ไฟฟ้า (Voltage)	โวลท์ (Volt)	V; (J/C)
ความต้านทานไฟฟ้า (Electric Resistance)	โอห์ม (ohm)	Ω; (V/A)

1.2.2 คำอุปสรรคนำหน้าหน่วย

เนื่องจากการวัดปริมาณทางฟิสิกส์และการคำนวณบางครั้งจะได้ตัวเลขที่มีค่าน้อยๆ เช่น 0.000000003 หรืออาจจะวัดได้ค่ามากๆ เช่น 9,100,000,000 เป็นต้น เพื่อให้ง่ายและรวดเร็วในการบันทึกและคำนวณ เราจะใช้คำนำหน้าหน่วยหรือคำอุปสรรคต่อไปนี้

กำลัง	คำอุปสรรค	สัญลักษณ์	กำลัง	คำอุปสรรค	สัญลักษณ์
10^{18}	Exa	E	10^{-15}	famto	*f*
10^{15}	Penta	P	10^{-12}	Pico	p
10^{12}	Tera	T	10^{-9}	nano	n
10^{9}	Giga	G	10^{-6}	micro	
10^{6}	Mega	M	10^{-3}	mili	m
10^{3}	Kilo	k	10^{-2}	centi	c
10^{1}	deka	da	10^{-1}	deci	d

1.2.3 การเปลี่ยนคำอุปสรรคนำหน้าหน่วย

การเปลี่ยนคำอุปสรรคนำหน้าหน่วยทำได้โดยการเปลี่ยนคำอุปสรรคที่ต้องการเปลี่ยนให้เป็นตัวเลขแล้วหารด้วยตัวเลขที่แทนคำอุปสรรคใหม่ที่ต้องการ

ตัวอย่างที่ 1.1 จงเปลี่ยนระยะทาง 7.2 กิโลเมตร ให้อยู่ในหน่วยเป็น เซนติเมตร

วิธีทำ

ตัวอย่างที่ 1.2 จงเปลี่ยนมวล 0.06 กิโลกรัม ให้อยู่ในหน่วยเป็น ไมโครกรัม

วิธีทำ

1.3 การแปลงระบบหน่วย

นอกจากระบบหน่วยเอสไอแล้วยังมีระบบหน่วยอื่นๆ เช่น ระบบหน่วยอังกฤษซึ่งจะวัดความยาวเป็น หลา ฟุต นิ้ว หรือไมล์ วัดน้ำหนักเป็นปอนด์ และวัดพื้นที่เป็นเอเคอร์ เป็นต้น ในขณะที่ระบบหน่วยการวัด ของประเทศไทยจะวัดความยาวเป็น คืบ ศอก หรือวา วัดพื้นที่เป็นไร่ งาน หรือตารางวา เป็นต้น ดังนั้น จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องมีการเปลี่ยนระบบหน่วยในการวัดให้อยู่ในระบบหน่วยสากลหรือระบบเอสไอ ซึ่งสามารถทำได้โดยการคูณด้วยค่าคงตัว ดังตัวอย่างในตาราง

หน่วย	สัญลักษณ์	ค่าในหน่วยเอสไอ
ตัน (ton)	T	1T = 1000 kg
นาที (minute)	min	1 min = 60 s
ชั่วโมง (hour)	h	1 h = 3600 s
วัน (day)	d	1 d = 86400 s
องศา (degree)	o	1^{o} = /180 rad
ลิปดา (lipda)	′	1′ = /10800 rad
ฟิลิปดา (Fiillipda)	"	1" = /64800 rad
ลิตร (liter)	l	1 = 10^{3}
บาร์ (bar)	Bar	1 bar = 10^{5} N/m^{2} หรือ 10^{5} Pa

ตัวคูณแปลงหน่วยมวล : มวล 1 กิโลกรัม เท่ากับ 2.205 ปอนด์

ตัวคูณในการแปลงความยาว

ความยาว	เมตร	นิ้ว	ฟุต
1 เมตร	1	39.37	3.281
1 นิ้ว	0.0254	1	0.08333
1 ฟุต	0.3048	12	1
1 ไมล์	1609		

ตัวคูณในแปลงพื้นที่

พื้นที่	ตารางเมตร (m^2)	ตารางนิ้ว (in^2)	ตารางฟุต (ft^2)
1 ตารางเมตร	1	1550	10.76
1 ตารางนิ้ว	0.0006452	1	0.006944

ตัวคูณในการแปลงปริมาตร

ปริมาตร	**ลูกบาศก์เมตร (m^3)**	**ลิตร (l)**	**ลูกบาศก์ฟุต (ft^3)**
1 ลูกบาศก์เมตร	1	1000	35.31
1 ลิตร	0.001	1	0.03531
1 ลูกบาศก์ฟุต	0.02832	28.32	1

ตัวคูณในการแปลงความดัน

ความดัน	**พาสคาล (Pa)**	**ปอนด์ต่อตารางนิ้ว ($lb/inch^2$)**
1 พาสคัล (1 $N \cdot m^{-2}$)	1	0.000145
1 ปอนด์ต่อตารางนิ้ว	6895	1

ตัวอย่างที่ 1.3 จงเปลี่ยนความเร็ว 120 ไมล์ต่อชั่วโมง เป็นเมตรต่อวินาที

ตัวอย่างที่ 1.4 จงเปลี่ยนพื้นที่ 15.0 ตารางนิ้ว เป็น ตารางเซนติเมตร

1.4 ความไม่แน่นอนในการวัดและเลขนัยสำคัญ

1.4.1 ความไม่แน่นอน

ความไม่แน่นอน (uncertainty) หรือ ค่าผิดพลาด (error) คือ ค่าความแตกต่างสูงสุดระหว่างค่าจากการวัดกับค่าจริง และเป็นค่าที่ขึ้นอยู่กับเทคนิคและเครื่องมือที่ใช้วัด อาทิเช่น การใช้ไม้บรรทัด ซึ่งสามารถได้ในหน่วยที่เล็กที่สุดประมาณ 1.0 มิลลิเมตร วัดความหนาของกระดาษ เราจะบันทึกผลการวัดเป็น 3.0 มิลลิเมตร ไม่สามารถบันทึกเป็น 3.00 มิลลิเมตรได้ เพราะขีดจำกัดของเครื่องมือที่ใช้วัด แต่ถ้าใช้เวอร์เนียร์คาลิเปอร์ที่มีความละเอียด 0.01 มิลลิเมตร เราอาจจะวัดความหนาของกระดาษได้เป็น 2.95 มิลลิเมตร หรือ 3.05 มิลลิเมตร

โดยทั่วไปแล้วเราจะเขียนค่าการวัดที่แม่นยำ ค่าผิดพลาด ตัวอย่างเช่น การวัดความหนาของกระดาษ 3.00 0.02 มิลลิเมตร หมายถึง ความหนาของกระดาษจะมีค่าน้อยที่สุดเป็น 2.98 มิลลิเมตร และความหนาที่มากที่สุดเป็น 3.02 มิลลิเมตร หรือบางครั้งอาจเขียนสั้นเป็น 3.00(0.02) มิลลิเมตร

นอกจากนี้แล้วค่าผิดพลาดอาจจะเขียนอยู่ในรูปเปอร์เซ็นต์ (%) เช่น ความต้านทานขนาด 1,000 Ω2% จะมีค่าน้อยที่สุดเป็น 980 Ω และมีค่ามากที่สุดเป็น 1020 Ω

1.4.2 เลขนัยสำคัญ

เลขนัยสำคัญ (Significant Figures) หมายถึง เลขที่เชื่อถือได้ซึ่งจะบ่งบอกถึงความแม่นยำและความคลาดเคลื่อนของตัวเลขที่ได้จากการวัดหรือการคำนวณ โดยกฎเกณฑ์ดังนี้

1) เลขทุกตัว เป็นเลขนัยสำคัญ ยกเว้น เลข 0 ที่อยู่ซ้ายสุดหน้าตัวเลข

เช่น 0.1 มีเลขนัยสำคัญ 1 ตัว

0.01 มีเลขนัยสำคัญ 1 ตัว คือ 1

2) เลข 0 ที่อยู่ระหว่างตัวเลขใดๆเป็นเลขนัยสำคัญ

เช่น 101 มีเลขนัยสำคัญ 3 ตัว

1.002 มีเลขนัยสำคัญ 4 ตัว

3) เลข 0 ที่อยู่ขวามือสุด และอยู่ในรูปทศนิยม เป็นเลขนัยสำคัญ

เช่น 1.20 มีเลขนัยสำคัญ 3 ตัว

1.2000 มีเลขนัยสำคัญ 4 ตัว

4) เลข 0 ที่ต่อท้ายจำนวนเต็ม ถ้าจะนับเลขนัยสำคัญต้องทำเครื่องหมายบอก

เช่น $\underline{12}0$ มีเลขนัยสำคัญ 2 ตัว

120 มีเลขนัยสำคัญ 3 ตัว

5) เลข 10 ที่อยู่ในรูปเลขยกกำลัง ไม่เป็นเลขนัยสำคัญ

เช่น 1.20×10^{4} มีเลขนัยสำคัญ 3 ตัว

1.051×10^{6} มีเลขนัยสำคัญ 4 ตัว

1.4.3 การปัดเศษ

1) ถ้าตัวเลขในตำแหน่งที่จะปัดมีค่ามากกว่า 5 ให้ปัดขึ้น เช่น 1.568 ปัดเป็น 1.57

2) ถ้าตัวเลขในตำแหน่งที่จะปัดมีค่าน้อยกว่ามากกว่า 5 ให้ทิ้ง เช่น 1.564 ปัดเป็น 1.56

3) ถ้าตัวเลขในตำแหน่งที่จะปัดมีค่าเท่ากับ 5 ให้

ปัดขึ้นเมื่อ ตัวเลขในตำแหน่งก่อนหน้าเป็น เลขคี่ เช่น 1.535 ปัดเป็น 1.54

ปัดทิ้งเมื่อ ตัวเลขในตำแหน่งก่อนหน้าเป็น เลขคู่ เช่น 1.545 ปัดเป็น 1.54

1.4.4 การบวกและการลบเลขนัยสำคัญ

ผลลัพธ์จากการบวกหรือลบมีจำนวนทศนิยม เท่ากับเลขที่มีทศนิยมน้อยที่สุด

ตัวอย่างเช่น $2.12 + 3.896 = 6.02$ (ไม่ใช่ 6.016)

$214.7 + 2.72 = 217.4$ (ไม่ใช่ 217.42)

$109.7 - 7 = 103$ (ไม่ใช่ 102.7)

1.4.5 การคูณและการหารเลขนัยสำคัญ

ผลลัพธ์จากการคูณหรือหาร มีเลขนัยสำคัญ เท่ากับจำนวนที่มีเลขนัยสำคัญน้อยที่สุด

ตัวอย่างที่ 1.5 จงหารผลคูณของจำนวนต่อไปนี้ พร้อมหน่วย

วิธีทำ! ก) $E = (9.11\text{x}10^{-31}\text{kg})(2.99729\text{x}10^{8}\text{m/s})^2$

$= (9.11)(2.99729)^2(10^{-31})(10^{8})^2\ \text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2$

$= (81.8419)(10^{-31+16})\ \text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2$

$= 8.18419\text{x}10^{-14}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2$

$= 8.18\text{x}10^{-14}\ \text{J}$ (เลขนัยสำคัญ 3 ตัว)

ข) $A = 13.8\ \text{m} \times 9\ \text{m}$

$= 124.2\ \text{m}^2$

$= 100\ \text{m}^2$ (เลขนัยสำคัญ 1 ตัว)

ค) $F = 14.71\ \text{kg} \times 7.46\ \text{m/s}^2$

$= 109.74\ \text{kg}\cdot\text{m/s}^2$

$= 1.10 \times 10^2\ \text{N}$ (เลขนัยสำคัญ 3 ตัว)

แบบฝึกหัดบทที่ 1

1) จงเปลี่ยนหน่วยของอัตราเร็ว 60 เมตรต่อวินาที เป็น กิโลกรัมต่อชั่วโมง

2) ปริมาตรขนาด 100,000 ลูกบาศก์เซนติเมตรเมตรคิดเป็นกี่ลิตร

3) จงหาผลลัพธ์ของ

3.1) 42.31-0.0621+512.4-2.54   3.2) 6.27 5.0

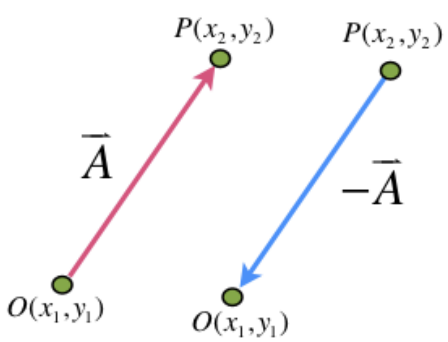
บทที่ 2
เวกเตอร์และการดำเนินการทางเวกเตอร์
Vector and Operator of Vectors

ปริมาณทางฟิสิกส์บางอย่างบอกแค่เพียงตัวเลขและหน่วยเท่านั้นก็จะเป็นที่เข้าใจ อาทิเช่น อุณหภูมิ 25 องศาเซียลเซียส มวล 8 กิโลกรัม พื้นที่ 20 ตารางเมตร เป็นต้น เราเรียกปริมาณเหล่านี้ว่า ปริมาณสเกลาร์ (scalar quantity) แต่จะมีปริมาณอีกชนิดหนึ่งต้องบอกทิศทางพร้อมกับตัวเลขจึงจะแป็นที่เข้าใจ ตัวอย่างเช่น การอธิบายการเคลื่อนที่ของเครื่องบินจำเป็นต้องบอกทั้งความเร็วและระบุทิศทางในการบินด้วย หรือแรงต้องบอกขนาดของแรงและบอกทิศทางด้วยว่าเป็นแรงผลักหรือดึงดูด และเราจะเรียกปริมาณที่ต้องบอกทั้งขนาดและทิศทาง ว่า ปริมาณเวกเตอร์ (vector quantity) หรือ เวกเตอร์ (vector)

2.1 เวกเตอร์และสัญลักษณ์แทนเวกเตอร์

เวกเตอร์ (Vector) หมายถึงปริมาณที่มีทั้งขนาด (magnitude) และทิศทาง (direction) คือสามารถบอกจุดเริ่มต้น(initial point) จุดสิ้นสุด (end point) ระยะกระจัด (displacement) ตัวอย่างปริมาณเวกเตอร์เช่น แรง น้ำหนัก ความเร็ว ความเร่ง และสนามแม่เหล็ก เป็นต้น โดยทั่วไปนิยมใช้ตัวอักษรตัวพิมพ์ใหญ่โดยมีเครื่องหมาย $\overset{\rightharpoonup}{-}$ หรือ $\overset{\rightarrow}{-}$ อยู่ด้านบน เช่น $\overline{F}$, $\overline{W}$, $\overline{v}$, $\overline{a}$, $\overline{B}$, $\overline{AB}$, $\overline{PQ}$.เป็นต้น หรืออาจจะแทนด้วยตัวอักษรตัวหนา เช่น **F, W, v, a, B**

กำหนดให้ $\overline{A}$ เป็นเวกเตอร์ที่มีจุดเริ่มต้นอยู่ที่จุด $O(x_1, y_1)$ และมีจุดสิ้นสุดอยู่ที่จุด $P(x_2, y_2)$ ดังภาพที่ 2.1 จะได้ $\overline{A} = \overline{OP}$ โดยที่จุดสิ้นสุดอยู่ทางขวาของจุดเริ่มต้น ในขณะที่เวกเตอร์ นิเสธ ของ $\overline{A}$ ซึ่งเขียนแทนด้วย $-\overline{A}$ คือ เวกเตอร์ที่มีจุดเริ่มต้นอยู่ที่จุด $P(x_2, y_2)$ และมีจุดสิ้นสุดอยู่ที่จุด $O(x_1, y_1)$ ซึ่งจะได้ว่า $-\overline{A} = \overline{PO}$ โดยที่จุดสิ้นสุดอยู่ทางซ้ายของจุดเริ่มต้น



ภาพที่ 2.1 แสดงเวกเตอร์ $\overline{A}$ และ $-\overline{A}$

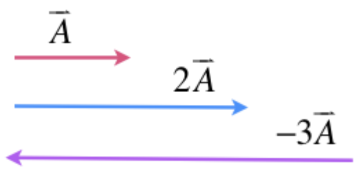
ขนาดของเวกเตอร์ $\overline{A}$ หาได้จาก $|\overline{A}| = |\overline{OP}| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ (2.1)

และขนาดของเวกเตอร์ $\overline{A}$ หาได้จาก $|-\overline{A}| = |\overline{PO}| = \sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$ (2.2)

จากภาพที่ 2.1 และ สมการ (2.1) และ (2.2) เราจะสังเกตเห็นได้ว่าขนาดหรือระยะทางของ $\overline{A}$ และ $-\overline{A}$ จะมีค่าเท่ากันแต่มีทิศทางตรงข้าม

2.1.1 การคูณเวกเตอร์ด้วยจำนวนจริง

ถ้า $\overline{A}$ เป็น เวกเตอร์ใดๆ และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว $c\overline{A}$ จะเป็นเวกเตอร์ที่มีขนาดเป็น $|c|$ เท่าของขนาดของเวกเตอร์ $\overline{A}$ ถ้า $c>0$ แล้ว $c\overline{A}$ จะมีทิศทางเดียวกับเวกเตอร์ $\overline{A}$ แต่ถ้า $c<0$ แล้ว $k\overline{A}$ จะมีทิศทางตรงข้ามกับเวกเตอร์ $\overline{A}$ ดังแสดงในภาพที่ 2.2



ภาพที่ 2.2 แสดงเวกเตอร์ $\overline{A}$, $2\overline{A}$ และ $-3\overline{A}$

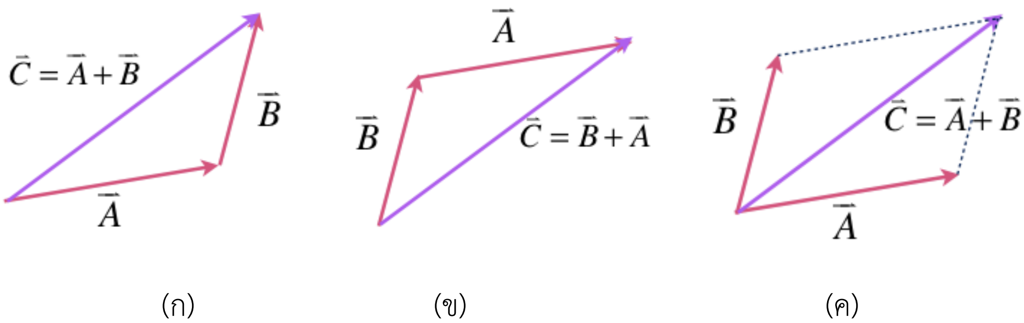
2.1.2 การบวกและการลบเวกเตอร์ด้วยการเขียนแผนภาพ

ถ้า $\overline{A}$ และ $\overline{B}$ เป็น เวกเตอร์ใดๆ แล้ว ผลบวกของเวกเตอร์ หรือเวกเตอร์ลัพธ์ $\overline{C}$

เขียนแทนด้วย $\overline{C} = \overline{A}+\overline{B}$ (2.3)

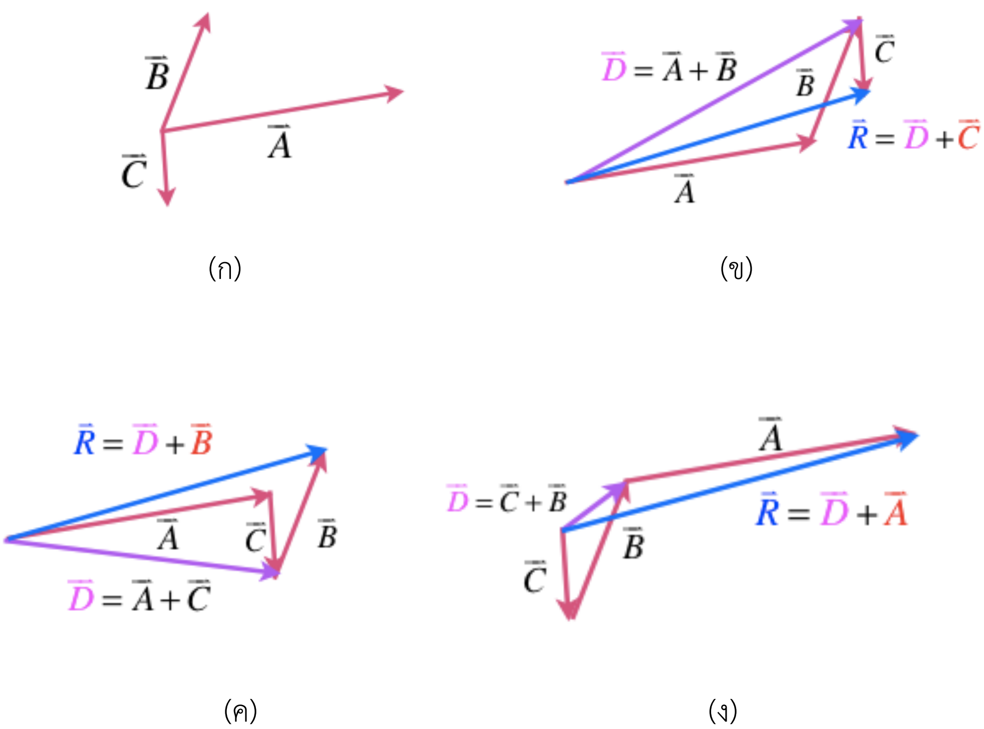
$$\overline{A}+\overline{B} = \overline{B}+\overline{A} \quad (2.4)$$

การวาดแผนภาพแสดงการบวกเวกเตอร์สองเวกเตอร์ $\overline{A}$ และ $\overline{B}$ ใดๆ ทำได้โดยกำหนดจุดเริ่มต้นแล้ววาด $\overline{A}$ ให้หางลูกศรอยู่ที่จุดเริ่มต้น แล้ววาด $\overline{B}$ โดยนำหางลูกศร $\overline{B}$ มาต่อที่หัวของเวกเตอร์ $\overline{A}$ แล้ว ผลบวกของทั้งสองเวกเตอร์ $\overline{C}=\overline{A}+\overline{B}$ ดังภาพที่ 2.3(ก) หรืออาจจะวาดเวกเตอร์ $\overline{B}$ ให้หางลูกศรอยู่ที่จุดเริ่มต้น แล้ว $\overline{A}$ โดยนำหางลูกศร $\overline{A}$ มาต่อที่หัวของ $\overline{B}$ แล้วจะได้ผลบวกของทั้งสองเวกเตอร์ เป็น $\overline{C}=\overline{B}+\overline{A}$ ดังภาพที่ 2.3(ข) นอกจากนี้แล้วอาจวาดเวกเตอร์ $\overline{A}$ และ $\overline{B}$ มีจุดเริ่มต้นเป็นจุดเดียวกัน ดังภาพที่ 2.3(ค) และจะหาเวกเตอร์ลัพธ์ $\overline{C}$ ได้โดยการสร้างสี่เหลี่ยมด้านขนาน แล้วลากเวกเตอร์ลัพธ์ให้มีจุดเริ่มต้นที่จุดเดียวกับ $\overline{A}$,$\overline{B}$ และจุดปลายของเวกเตอร์อยู่ที่มุมตรงข้าม



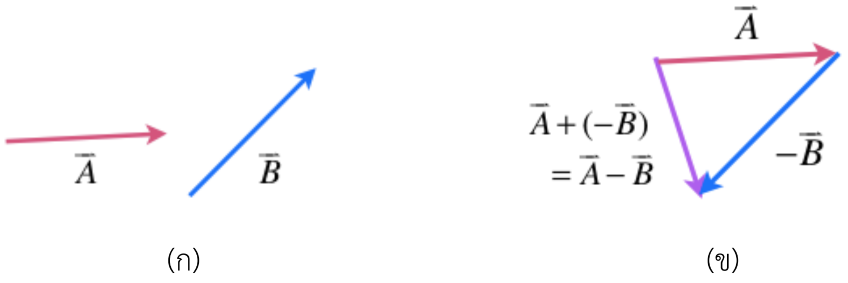
ภาพที่ 2.3 แสดงการบวกเวกเตอร์ด้วยการเขียนแผนภาพ

การบวกเวกเตร์มากกว่าสองเวกเตอร์ด้วยการวาดรูปก็สามารถทำได้โดยกำหนดจุดเริ่มต้นแล้ววาดเวกเตอร์ตัวแรกให้หางลูกศรอยู่ที่จุดเริ่มต้น แล้ววาดเวกเตอร์ตัวที่สองมาต่อโดยนำหางลูกศรเวกเตอร์มาต่อที่หัวของเวกเตอร์ตัวแรกหลังจากนั้นนำเวกเตอร์ตัวที่สามมาต่อโดยนำหางลูกศรเวกเตอร์มาต่อที่หัวของเวกเตอร์ตัวสองนำเวกเตอร์ที่เหลือมาทำเหมือนกับวิธีการข้างต้นจนครบทุกเวกเตอร์ แล้วผลบวกของเวกเตอร์ทั้งหมด หรือ *เวกเตอร์ลัพธ์ สามารถหาได้จาก การลากเส้นจากจุดเริ่มต้นของเวกเตอร์ตัวแรกไปยังจุดสิ้นสุดของเวกเตอร์ตัวสุดท้าย* ดังภาพที่ 2.4 จะได้ $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$



ภาพที่ 2.4 แสดงการบวกเวกเตอร์มากกว่าสองเวกเตอร์ ด้วยการแผนภาพ

การลบเวกเตอร์ คือ การบวกเวกเตอร์ด้วยเวกเตอร์ที่ทิศตรงข้ามกัน ตัวอย่างเช่น ถ้า $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ เป็น เวกเตอร์ใดๆ ดังภาพที่ 1.6(ก) แล้ว $\vec{A}-\vec{B}$ ทำได้ดังภาพที่ 2.5(ข)

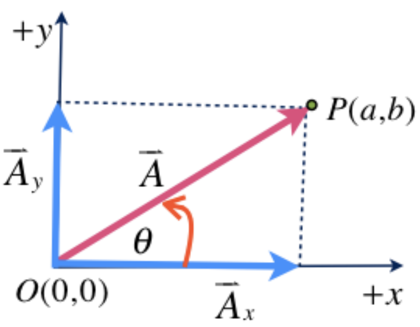


ภาพที่ 2.5 แสดงการลบเวกเตอร์ด้วยการเขียนแผนภาพ

2.2 องค์ประกอบของเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก

กำหนดให้ $\vec{A}$ เป็น เวกเตอร์ในระบบพิกัดฉากสองมิติที่มีจุดเริ่มต้นอยู่ที่จุดกำเนิด $O(0,0)$ และจุดสิ้นสุดอยู่ที่ $P(a,b)$ ในระนาบ xy ดังภาพที่ 2.6 แล้วเราจะเรียก $\vec{A}_x$ และ $\vec{A}_y$ ซึ่งเป็นเวกเตอร์ที่ขนานกับแกน x และ y ตามลำดับ ว่า องค์ประกอบของเวกเตอร์ (Components of vectors)

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y \qquad (2.5)$$



ภาพที่ 2.6 เวกเตอร์ $\vec{A}$ ในระบบพิกัดฉากสองมิติ และองค์ประกอบของเวกเตอร์

จากภาพที่ 2.6 จะได้ $A_x = A\cos\theta$ และ $A_y = A\sin\theta$ (2.6)

เมื่อ A, A_x, A_y, a, b คือ จำนวนจริงใดๆ และ θ เป็นมุมเทียบกับแกน $+x$ ในทิศทวนเข็มนาฬิกา

2.2.1 ขนาดและทิศทางของเวกเตอร์

ขนาดของเวกเตอร์ $\vec{A}$ หาได้จาก $\left|\vec{A}\right| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{a^2+b^2}$ (2.7)

ทิศทางของเวกเตอร์เมื่อเทียบกับแกน $+x$ ในทิศทวนเข็มนาฬิกา หาได้จาก

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{A_y}{A_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) \qquad (2.8)$$

ตัวอย่างที่ 2.1 ถ้า $\overline{A}$ เป็นเวกเตอร์ที่มีจุดเริ่มต้นอยู่ที่จุดกำเนิดและจุดสิ้นสุดอยู่ที่ $(-4.0, 4.0)$ แล้ว จงหาขนาดของเวกเตอร์ $\overline{A}$ และมุมที่ $\overline{A}$ ทำกับแกน $+x$ ในทิศทวนเข็มนาฬิกา

ตัวอย่างที่ 2.2 ถ้า $\overline{B}$ เป็นเวกเตอร์ที่มีขนาด 5.00 เซนติเมตร และทำมุม 135 องศา กับแกน $+x$ แล้วจงหาองค์ประกอบของเวกเตอร์ B_x และ B_y

2.2.2 เวกเตอร์ลัพธ์และเวกเตอร์องค์ประกอบ

ภาพที่ 2.7 แสดงเวกเตอร์ $\overline{A}, \overline{B}$ เวกเตอร์ลัพธ์ $\overline{R}$ และองค์ประกอบของเวกเตอร์ในแนวแกน x และแกน y ของเวกเตอร์ทั้งสาม เราจะเห็นว่า ผลรวมขององค์ประกอบของเวกเตอร์ในแนวแกน x (R_x) และแนวแกน y (R_y) หาได้จาก

$$R_x = A_x + B_x \quad \text{และ} \quad R_y = A_y + B_y \tag{2.9}$$

และขนาดของ $\overline{R}$:

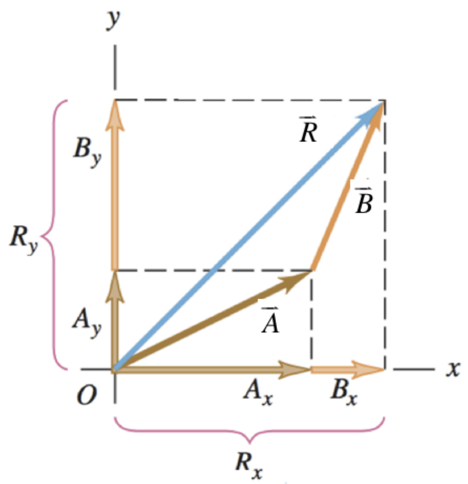
$$\left|\overline{R}\right| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \tag{2.10}$$

และ

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{R_y}{R_x}\right) \tag{2.11}$$

ถ้า $\overline{R}$ คือผลรวมของเวกเตอร์ $\overline{A}$,$\overline{B}$,$\overline{C}$, $\overline{D}$,... แล้ว องค์ประกอบของ $\overline{R}$ คือ

$$\begin{aligned} R_x &= A_x + B_x + C_x + D_x + \ldots \\ R_y &= A_y + B_y + C_y + D_y + \ldots \end{aligned} \tag{2.12}$$



ภาพที่ 2.7 การหาเวกเตอร์ลัพธ์ของ $\bar{A}$ และ $\bar{B}$ โดยการใช้องค์ประกอบของเวกเตอร์

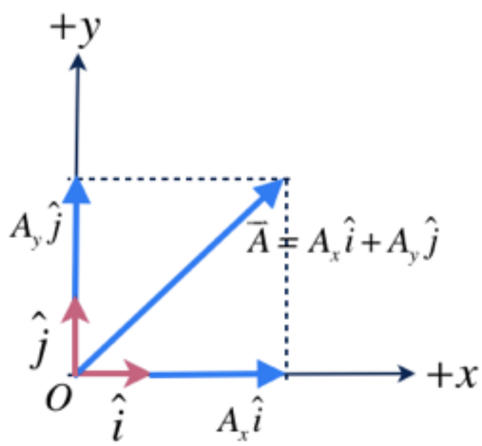
2.2.3 เวกเตอร์หนึ่งหน่วย

เวกเตอร์หนึ่งหน่วย (unit vector) คือ เวกเตอร์ที่มีขนาดเท่ากับ 1 และใช้สัญลักษณ์ $\hat{-}$ แทนเวกเตอร์หนึ่งหน่วย เช่น ในระบบพิกัดฉากสองจะใช้ $\hat{i}$ และ $\hat{j}$ แทน เวกเตอร์หนึ่งหน่วยในแนวแกน $+x$ และ $+y$ ตามลำดับ ดังแสดงในภาพที่ 2.8

$$\begin{aligned} \bar{A}_x &= A_x\hat{i} \\ \bar{A}_y &= A_y\hat{j} \end{aligned} \tag{2.13}$$

ดังนั้นเราจึงเขียน $\bar{A}$ ใดๆ ในระบบพิกัดฉากสองมิติในรูปเวกเตอร์หนึ่งหน่วย ได้เป็น

$$\bar{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} \tag{2.14}$$



ภาพที่ 2.8 เวกเตอร์หนึ่งหน่วย $\hat{i}$ และ $\hat{j}$ และเวกเตอร์ $\bar{A}$ ในเทอมเวกเตอร์หนึ่งหน่วย

กำหนดให้ $\overline{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j}$ และ $\overline{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j}$ เป็นเวกเตอร์ใดๆ ในระบบพิกัดฉากสองมิติ แล้ว การบวกและการลบเวกเตอร์ $\overline{A}$ และ $\overline{B}$ ทำได้ดังนี้

$$\overline{A}+\overline{B} = (A_x + B_x)\hat{i} + (A_y + B_y)\hat{j} \tag{2.15}$$

$$\overline{A}-\overline{B} = (A_x - B_x)\hat{i} + (A_y - B_y)\hat{j} \tag{2.16}$$

กำหนดให้ $\overline{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$ และ $\overline{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$ เป็นเวกเตอร์ใดๆ ในระบบพิกัดฉากสามมิติ แล้ว การบวกและการลบเวกเตอร์ $\overline{A}$ และ $\overline{B}$ ทำได้ดังนี้

$$\overline{A}+\overline{B} = (A_x + B_x)\hat{i} + (A_y + B_y)\hat{j} + (A_z + B_z)\hat{k} \tag{2.17}$$

$$\overline{A}-\overline{B} = (A_x - B_x)\hat{i} + (A_y - B_y)\hat{j} + (A_z - B_z)\hat{k} \tag{2.18}$$

ตัวอย่างที่ 2.3 ถ้า $\overline{F}_1 = 5.3\hat{i} + 2.5\hat{j} - 1.2\hat{k}$ นิวตัน และ $\overline{F}_2 = 3.0\hat{i} - 4.2\hat{j} + 6.4\hat{k}$ นิวตัน แล้ว จงหา $\overline{F}_1 + \overline{F}_2$ และขนาดของเวกเตอร์ลัพธ์

2.3 ผลคูณเชิงสเกลาร์

กำหนดให้ $\overline{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$ และ $\overline{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$ เป็นเวกเตอร์ใดๆ ในระบบพิกัดฉากสามมิติแล้ว ผลคูณเชิงสเกลาร์ (scalar product) หรือ ผลคูณแบบจุด (dot product) เขียนแทนด้วย $\overline{A}\bullet\overline{B}$ ซึ่งสามารถหาผลคูณได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\overline{A}\bullet\overline{B} &= \left(A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}\right)\left(B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}\right)\\ &= A_xB_x\hat{i}\bullet\hat{i} + A_xB_y\hat{i}\bullet\hat{j} + A_xB_z\hat{i}\bullet\hat{k}\\ &\quad + A_yB_x\hat{j}\bullet\hat{i} + A_yB_y\hat{j}\bullet\hat{j} + A_yB_z\hat{j}\bullet\hat{k}\\ &\quad + A_zB_x\hat{k}\bullet\hat{i} + A_zB_y\hat{k}\bullet\hat{j} + A_zB_z\hat{k}\bullet\hat{k}\end{aligned} \tag{2.19}$$

และจาก $$\overline{A}\bullet\overline{B} = |A||B|\cos\theta \tag{2.20}$$

เมื่อ θ คือมุมระหว่างเวกเตอร์ $\overline{A}$ และ $\overline{B}$ ดังนั้นจะได้

$$\hat{i}\bullet\hat{i} = 1 \quad : \quad \hat{j}\bullet\hat{j} = 1 \quad : \quad \hat{k}\bullet\hat{k} = 1 \tag{2.21}$$

$$\hat{i}\bullet\hat{j} = \hat{j}\bullet\hat{i} = \hat{j}\bullet\hat{k} = \hat{k}\bullet\hat{j} = \hat{i}\bullet\hat{k} = \hat{k}\bullet\hat{i} = 0 \tag{2.22}$$

จากสมการ (2.21) และ (2.22) จะได้สมการ (2.19) เป็น

$$\overline{A}\bullet\overline{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z \tag{2.23}$$

ถ้า $\overline{A}\bullet\overline{B} > 0$ แล้วมุมระหว่าง $\overline{A}$ และ $\overline{B}$ จะเป็นมุมแหลม ($\theta < 90^\circ$)

ถ้า $\overline{A}\bullet\overline{B} = 0$ แล้ว $\overline{A}$ และ $\overline{B}$ จะตั้งฉากซึ่งกันและกัน ($\theta = 90^\circ$)

ถ้า $\overline{A}\bullet\overline{B} < 0$ แล้ว มุมระหว่าง $\overline{A}$ และ $\overline{B}$ จะเป็นมุมป้าน ($\theta > 90^\circ$)

ตัวอย่างที่ 2.4 ถ้า $\overline{A} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$ และ $\overline{B} = -8\hat{i} + 6\hat{j}$ แล้ว จงหา $\overline{A}\bullet\overline{B}$ และมุมระหว่างเวกเตอร์ทั้งสอง

ตัวอย่างที่ 2.5 กำหนดให้ $\overline{A} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$ และ $\overline{B} = 3\hat{i} - 4\hat{j}$ แล้ว

จงหา ก) $\overline{B}\bullet\overline{A}$ ข) มุมระหว่างเวกเตอร์ทั้งสอง และ ค) มุมของ $\overline{A}$ กับแกน $+x$

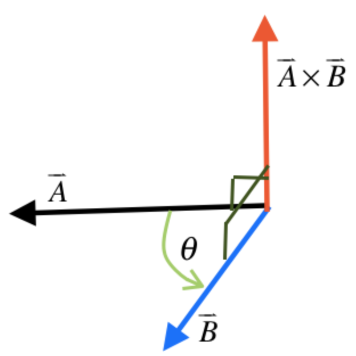
2.4 ผลคูณเชิงเวกเตอร์

กำหนดให้ $\overline{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$ และ $\overline{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$ เป็นเวกเตอร์ใดๆ .ในระบบพิกัดฉากสามมิติแล้ว ผลคูณเชิงเวกเตอร์ (vector product) หรือผลคูณแบบครอส (cross product) เขียนแทนด้วย $\overline{A}\times\overline{B}$ ซึ่งสามารถหาผลคูณได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\overline{A}\times\overline{B} &= \left(A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}\right)\left(B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}\right) \\ &= A_xB_x\hat{i}\times\hat{i} + A_xB_y\hat{i}\times\hat{j} + A_xB_z\hat{i}\times\hat{k} \\ &\quad + A_yB_x\hat{j}\times\hat{i} + A_yB_y\hat{j}\times\hat{j} + A_yB_z\hat{j}\times\hat{k} \\ &\quad + A_zB_x\hat{k}\times\hat{i} + A_zB_y\hat{k}\times\hat{j} + A_zB_z\hat{k}\times\hat{k}\end{aligned} \tag{2.24}$$

และจาก $$\overline{A}\times\overline{B} = |A||B|\sin\theta\hat{n} \tag{2.25}$$

เมื่อ θ คือ มุมระหว่างเวกเตอร์ $\overline{A}$ และ $\overline{B}$ และ $\hat{n}$ คือ เวกเตอร์หนึ่งหน่วย แสดงทิศทางของ $\overline{A}\times\overline{B}$ ซึ่งตั้งฉากกับระนาบของ $\overline{A}$ และ $\overline{B}$ ดังนั้น จะได้



ภาพที่ 2.9 แผนภาพแสดงผลคูณเชิงเวกเตอร์

และ $$\hat{i}\times\hat{i} = 0 \;;\; \hat{j}\times\hat{j} = 0 \;;\; \hat{k}\times\hat{k} = 0 \tag{2.26}$$

$$\begin{aligned} \hat{i}\times\hat{j} &= \hat{k} \;;\; \hat{j}\times\hat{k}=\hat{i} \;;\; \hat{k}\times\hat{i}=\hat{j} \\ \hat{j}\times\hat{i} &= -\hat{k} \;;\; \hat{k}\times\hat{j}=-\hat{i} \;;\; \hat{i}\times\hat{k}=-\hat{j} \end{aligned} \tag{2.27}$$

จากสมการ (2.26) และ (2.27) จะได้สมการ (2.24) เป็น

$$\vec{A}\times\vec{B} = \left(A_yB_z - A_zB_y\right)\hat{i} + \left(A_xB_z - A_zB_x\right)\hat{j} + \left(A_xB_y - A_yB_x\right)\hat{k} \tag{2.28}$$

นอกจากนี้แล้วเรายังสามารถหาผลคูณเชิงเวกเตอร์โดยใช้เมทริกซ์ ซึ่งสามารถทำได้ดังนี้

$$\vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \left(A_yB_z - A_zB_y\right)\hat{i} + \left(A_zB_x - A_xB_z\right)\hat{j} + \left(A_xB_y - A_yB_x\right)\hat{k}$$

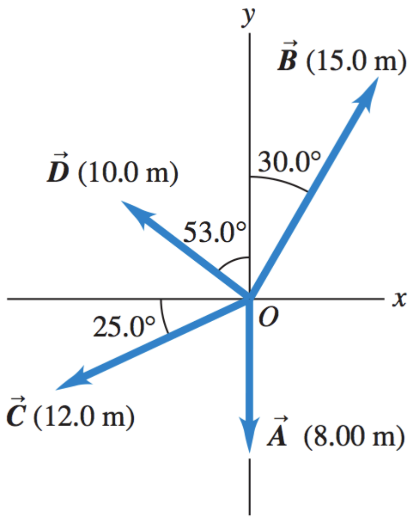
ตัวอย่างที่ 2.6 ให้ $\vec{A} = 1.0\hat{i} - 1.0\hat{j} + 1.0\hat{k}$ และ $\vec{B} = -1.0\hat{i} + 2.0\hat{j} + 2.0\hat{k}$

จงหาผลคูณเชิงเวกเตอร์และขนาดของ $\vec{A}\times\vec{B}$ และ $\vec{B}\times\vec{A}$

ตัวอย่างที่ 2.7 ถ้า $\vec{F} = 2.0\hat{i} - 5.0\hat{j}$ นิวตัน และ $\vec{S} = 4.0\hat{i} - 3.0\hat{j}$ เมตร แล้ว จงหาทอร์ค $\vec{\tau} = \vec{F} \times \vec{S}$ และขนาดของทอร์ค

แบบฝึกหัดประจำบทที่ 2

1) จากภาพที่ 2.10 จงวาดแผนภาพเวกเตอร์ พร้อมวัดขนาดของเวกเตอร์ลัพธ์ ต่อไปนี้



ภาพที่ 2.10

1.1) $\vec{A}+\vec{B}$ 1.2) $\vec{A}-\vec{B}$ 1.3) $-\vec{A}+\vec{B}$

1.4) $\vec{A}+\vec{B}+\vec{D}$ 1.5) $\vec{A}-(\vec{B}+\vec{D})$ 1.6) $\vec{A}+\vec{D}+\vec{B}+\vec{C}$

2) กำหนดให้ $\vec{A}=3\hat{i}+2\hat{j}-3\hat{k}$ และ $\vec{B}=-\hat{i}-2\hat{j}+4\hat{k}$ จงหา

2.1) $\vec{A}\bullet\vec{B}$ และ มุมระหว่าง เวกเตอร์ $\vec{A}$ กับ $\vec{B}$

2.2) $2\vec{B}\times\vec{A}$ และ $\vec{A}\times 2\vec{B}$

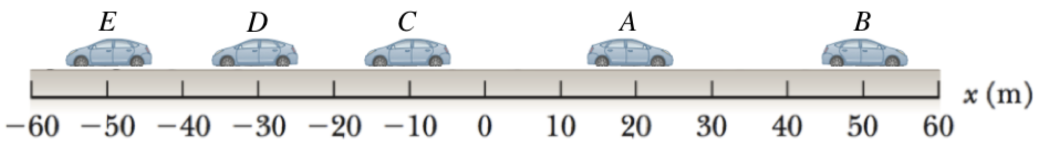
3) กำหนดให้ $\vec{A}=3\hat{i}+m\hat{j}$ และ $\vec{B}=4\hat{i}-3\hat{j}$ จงหาค่า m ที่ทำให้และ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ ตั้งฉากกัน

บทที่ 3
การเคลื่อนที่และกฎของนิวตัน
Motion and Newton's Laws

การศึกษาการเคลื่อนที่ของวัตถุนั้นจะแบ่งออกเป็นสองส่วนใหญ่ๆ คือ พลศาสตร์ (dynamics) เป็นการศึกษาการเคลื่อนที่ของวัตถุที่ศึกษาถึงสาเหตุที่ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ เช่น แรง มวล ในขณะที่ จลศาสตร์ (kinematic) เป็นการศึกษาการเคลื่อนที่โดยไม่สนใจถึงสาเหตุที่ทำให้เกิดการเคลื่อนที่ ซึ่งในเอกสารบทนี้จะกล่าวถึงจลศาสตร์ในสองหัวข้อแรกคือการเคลื่อนที่ในหนึ่งมิติและการเคลื่อนที่ในสองมิติ/สามมิติ และเพื่อให้ง่ายในการศึกษา เราจะกำหนดให้วัตถุเป็นอนุภาคหรือเรียกว่า จุดวัตถุ นั่นคือจะไม่พิจารณาขนาดและรูปร่างของวัตถุ และในหัวข้อสุดท้ายจะศึกษาเกี่ยวกับพลศาสตร์โดยใช้กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน ตลอดจนตัวอย่างการนำไปประยุกต์ใช้

3.1 ปริมาณที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่

การเคลื่อนของวัตถุในหนึ่งมิติจะเกี่ยวข้องกับตำแหน่ง ระยะทาง การกระจัด ความเร็ว อัตราเร็ว และความเร่ง ซึ่งเป็นปริมาณที่เป็นฟังก์ชันของเวลา และเพื่อให้ง่ายเราจะกำหนดให้วัตถุเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงในแนวราบหรือวัตถุกำลังเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงอยู่ในแนวแกน x



ภาพที่ 3.1 การเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงของรถยนต์

3.1.1 ตำแหน่ง การกระจัดและระยะทาง

ตำแหน่ง (position) คือ ปริมาณหรือตัวเลขที่บอกว่าวัตถุอยู่ห่างจาก จุดอ้างอิง หรือ จุดเริ่มต้น เป็นระยะเท่าใด และในทิศทางใด (ทางซ้ายหรือทางขวาของจุดอ้างอิง) จากภาพที่ 3.1 กำหนดให้ 0 **เป็นจุดอ้างอิง (จุดเริ่มต้น)** ของการเคลื่อนที่ของรถยนต์ ณ เวลา $t = 0$ แล้วจะได้ว่าที่ตำแหน่ง A และ B รถยนต์จะมีทิศอยู่ทางขวาของจุดอ้างอิง เป็นระยะ 20 เมตร และ 50 เมตร ตามลำดับ ในขณะที่ตำแหน่ง C, D และ E รถยนต์อยู่ทางซ้ายของจุดอ้างอิง เป็นระยะ 10 เมตร 30 เมตร และ 50 เมตร ตามลำดับ

การกระจัด (displacement) คือปริมาณหรือตัวเลขของการเปลี่ยนตำแหน่งของวัตถุในแนวเส้นตรงจากตำแหน่งเริ่มต้น x_i (initial position) ไปยังตำแหน่ง x_f (final position) ใดๆ ดังนั้นจะได้การกระจัด Δx เป็น

$$\Delta x = x_f - x_i \tag{3.1}$$

การกระจัด มีหน่วยเป็น เมตร (m) และเนื่องจากการกระจัดเป็นปริมาณเวกเตอร์ ดังนั้นจึงต้องระบุทั้งขนาดและทิศทาง โดยจะใช้เครื่องหมาย บวกหรือลบ แทนทิศทางของการเคลื่อนที่

ระยะทาง (distance ; s) คือ การวัดขนาดของระยะที่วัตถุเคลื่อนที่ มีหน่วยเป็น เมตร (m) ทั้งนี้ระยะทางเป็นปริมาณสเกลาร์ ดังนั้นจึงมีค่าบวกเสมอ ตัวอย่างเช่น รถยนต์คันหนึ่งเริ่มเคลื่อนที่จากจุด A ไปยังจุด B แล้วย้อนกลับไปยังจุด C,D และ E ตามลำดับ ดังภาพที่ 3.1

การกระจัดจากตำแหน่ง A ไปยังตำแหน่ง B คือ $\Delta x = x_B - x_A = 50 - 20 = 30$ เมตร

การกระจัดจากตำแหน่ง A ไปยังตำแหน่ง E คือ $\Delta x = x_E - x_A = -50 - 20 = -70$ เมตร

ระยะทางที่รถยนต์เคลื่อนที่ได้จากตำแหน่ง A ไปยังตำแหน่ง E หาได้จาก

$$s = |x_B - x_A| + |x_E - x_B| = |50 - 20| + |-50 - 50| = 130 \quad \text{เมตร}$$

จะเห็นว่า**การกระจัด**มีค่าเป็นได้ทั้งบวกและลบซึ่ง**บวก**หมายถึงวัตถุกำลังเคลื่อนที่ไปทางด้านขวาของจุดเริ่มต้น และ **ลบ** หมายถึง วัตถุกำลังเคลื่อนที่ไปทาด้านซ้ายของจุดเริ่มต้น .ในขณะที่**ระยะทาง**มีค่าเป็น บวก เท่านั้น

3.1.2 ความเร็ว อัตราเร็วและความเร่ง

ความเร็ว (velocity) คือ อัตราส่วนของการกระจัด Δx กับช่วงเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ ดังนั้น ความเร็วจึงเป็นปริมาณเวกเตอร์ และมีหน่วยเป็น เมตรต่อวินาที ($\mathrm{m/s}$) แบ่งเป็น ความเร็วเฉลี่ย และความเร็วขณะใดขณะหนึ่ง

ความเร็วเฉลี่ย (average velocity ; $\vec{v}_{av}$) คือการความเร็วตลอดการเคลื่อนที่

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} \tag{3.2}$$

ความเร็วขณะใดขณะหนึ่ง (instantaneous velocity ; $\vec{v}_{in}$) คือ การหาความเร็วในช่วงเวลาสั้นๆ ($\Delta t \to 0$)

$$\vec{v}_{in} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \tag{3.3}$$

อัตราเร็ว (speed) คือ อัตราส่วนของระยะทางทั้งหมด s กับเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ ดังนั้น อัตราเร็วจึงเป็นปริมาณสเกลาร์และมีหน่วยเป็น เมตรต่อวินาที ($\mathrm{m/s}$) แบ่งเป็น อัตราเร็วเฉลี่ย และอัตราขณะใดขณะหนึ่ง

อัตราเร็วเฉลี่ย (average velocity ; v_{av}) หาได้จาก

$$v_{av} = \frac{s}{t} \tag{3.4}$$

อัตราเร็วขณะใดขณะหนึ่ง (instantaneous velocity ; v_{in}) คือการหาความเร็วในช่วงเวลาสั้นๆ ซึ่งอัตราเร็วขณะใดขณะหนึ่งจะมีค่าเท่ากับขนาดของความเร็วขณะใดขณะหนึ่ง เสมอ ดังนั้นจะได้

$$v_{in} = |\vec{v}_{av}| \tag{3.5}$$

ความเร่ง (acceleration) คือ การเปลี่ยนแปลงความเร็ว $\vec{v}$ ต่อเวลา ดังนั้น ความเร่งจึงเป็นปริมาณเวกเตอร์ และมีหน่วยเป็น เมตรต่อวินาที² $(\mathrm{m/s^2})$ แบ่งเป็นคือ ความเร่งเฉลี่ยและความเร่งขณะใดขณะหนึ่ง

ความเร่งเฉลี่ย (average acceleration ; $\vec{a}_{av}$) หาได้จาก

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta v_{av}}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} \tag{3.6}$$

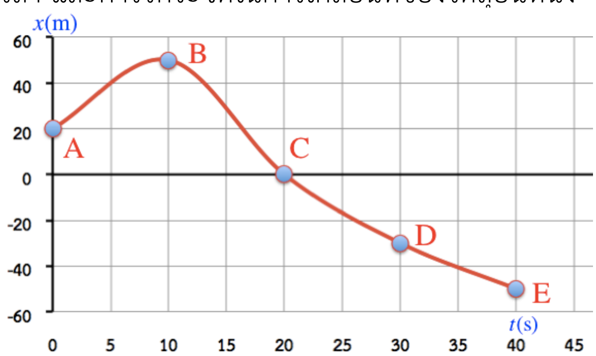
ความเร่งขณะใดขณะหนึ่ง (instantaneous acceleration ; $\vec{a}_{in}$) คือความเร่งในช่วงเวลาสั้นๆ $(\Delta t \to 0)$ ดังนั้นจะได้

$$\vec{a}_{in} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} \tag{3.7}$$

ตัวอย่างที่ 3.1 ตอนเข้านายแดงเดินทางจากหอพักมายังมหาวิทยาลัยซึ่งอยู่ห่างเป็นระยะ 500 เมตร หลังจากนั้นตอนเย็นนายแดงเดินทางกลับไปยังหอพักโดยใช้เส้นลัดเป็นระยะ 450 เมตร แล้วจงหาระยะทางและการกระจัดของการเดินทางดังกล่าว

ตัวอย่างที่ 3.2 จากข้อมูลแสดง ตำแหน่ง และเวลา และการรกระจัดในการเคลื่อนที่ของวัตถุอันหนึ่ง

ตำแหน่ง	เวลา (วินาที)	x เมตร
A	0	20
B	10	50
C	20	0
D	30	-30
E	40	-50



จงหา

ก) การกระจัด

ข) ความเร็วเฉลี่ย

ค) อัตราเร็วเฉลี่ย

ง) ความเร็วที่จุด B

จ) อัตราเร็วเฉลี่ยระหว่างตำแหน่ง C และ D

ฉ) ความเร่งเฉลี่ยในช่วง 10 วินาทีแรก

ตัวอย่างที่ 3.3 ลูกบอลกำลังเคลื่อนที่ไปตามแกน x ด้วย ตำแหน่งที่เป็นฟังก์ชันของเวลา $x(t) = 2t^2 - 5t$ เมตร จงหา ก) การกระจัด ข) ความเร็วเฉลี่ย และ ค) ความเร่งเฉลี่ย ในช่วงเวลา 1.0 วินาที ถึง 3.0 วินาที

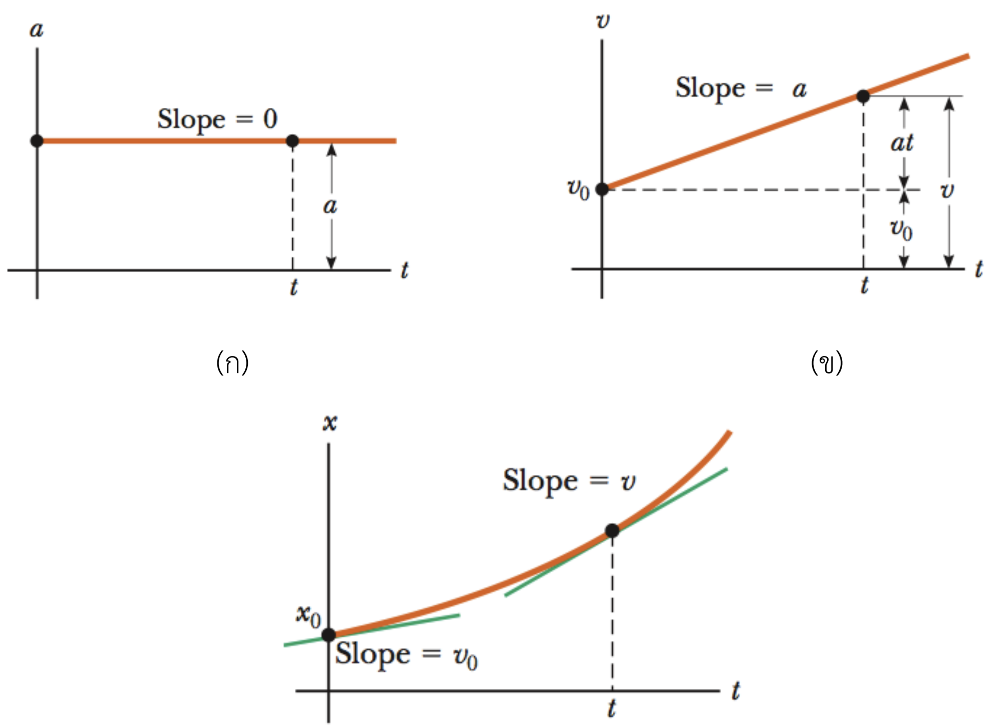
ตัวอย่างที่ 3.4 จงหาความเร่งเฉลี่ยในช่วง 3.0 วินาทีแรก ของวัตถุซึ่งกำลังเคลื่อนที่ไปตามแกน x ด้วยความเร็วที่เป็นฟังก์ชันของเวลา $v(t) = 5 + 3t^3$ เมตรต่อวินาที

3.2 การเคลื่อนที่ในหนึ่งมิติด้วยความเร่งคงตัว

ถ้าวัตถุเคลื่อนที่ในหนึ่งมิติด้วยความเร่งคงตัว a แล้ววัตถุนั้นจะมีความเร่งเฉลี่ยเท่ากับความเร่งขณะใดขณะหนึ่ง ดังนั้นจากสมการ (3.6) เมื่อที่เวลาเริ่มต้น ($t_i = 0$) วัตถุมีความเร็วเป็น v_0 และให้เวลา $t_f = t$ ใดๆ วัตถุมีความเร็ว เป็น $v_f = v$ ดังนั้นจะได้ $a = \dfrac{v - v_0}{t}$

หรือ $$v = v_0 + at \tag{3.8}$$

จากสมการ (3.8) เมื่อความเร่งคงตัว $+a$ ดังภาพที่ 3.2(ก) เราจะเขียนกราฟความสัมพันธ์ของความเร็วกับเวลา และการกระจัดกับเวลา ได้ดังภาพที่ 3.2(ข) และ (ค) ตามลำดับ



(ก) (ข) (ค)

ภาพที่ 3.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง (ก) ความเร่ง กับเวลา ซึ่งความเร่งคงตัว a (ข) ความเร็วกับเวลา และ (ค) การกระจัดกับเวลา (College Physics ,9edit, R A. Serway; 37)

จากสมการ (3.8) และภาพที่ 3.2(ข) ถ้ากำหนดให้ $v_0 = 20$ m/s และ $a = 2.0$ m/s^2 แล้วเราจะสามารถหาความเร็ว ณ เวลา $t = 3.0$s ได้เท่ากับ $20 + 2.0(3.0) = 26$ m/s และเนื่องจาก ความเร็วที่เวลาใดๆ จะเพิ่มขึ้นหรือลดลงอย่างเป็นรูปแบบ ดังนั้น เราจึงสามารถหาความเร็วเฉลี่ยระหว่างความเร็วต้น v_0 และความเร็วที่เวลา t ใด v ได้ เป็น

$$\bar{v}_{av} = \frac{v_0 + v}{2} \quad \text{เมื่อ } a \text{ เป็นค่าคงตัว} \qquad (3.9)$$

และจาก $\bar{v}_{av} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$ เมื่อ $t_i = 0$; $x_i = x_0$ และ $t_f = t$; $x_f = x$ แล้ว

จะได้ $\dfrac{x - x_0}{t} = \dfrac{v_0 + v}{2}$ หรือ

$$x - x_0 = \frac{1}{2}\left(v + v_0\right)t \qquad (3.10)$$

แทนสมการ (3.8) ใน (3.10) จะได้

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad (3.11)$$

จากสมการ (3.8) จะได้ $t = \dfrac{v - v_0}{a}$ และเมื่อแทนลงในสมการ (3.10) จะได้

$$x - x_0 = \frac{1}{2}\left(v + v_0\right)\left(\frac{v - v_0}{a}\right) = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

หรือ

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \qquad (3.12)$$

เราสามารถสรุป สมการการเคลื่อนที่ของวัตถุในแนวเส้นตรงด้วยความเร่งคงตัว ได้ ดังนี้

สมการการเคลื่อนที่	ข้อมูลที่ได้จากสมการ
$v = v_0 + at$	ความเร็วเป็นฟังก์ชันของเวลา
$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	ตำแหน่งเป็นฟังก์ชันของเวลา
$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$	ความเร็วเป็นฟังก์ชันของตำแหน่ง
$x = x_0 + \left(\frac{v_0 + v}{2}\right)t$	ตำแหน่งเป็นฟังก์ชันของเวลาและความเร็ว

ตัวอย่างที่ 3.5 ถ้ารถยนต์คันหนึ่งเริ่มเคลื่อนที่จากหยุดนิ่ง ด้วยความเร่งคงตัว 5.00 เมตรต่อวินาที^{2} แล้วจงหา (ก) ความเร็วเมื่อเคลื่อนที่ได้เป็นระยะ 40.0 เมตร (ข) เวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ และ (ค) ความเร็วเฉลี่ยของการเคลื่อนที่ดังกล่าว

ตัวอย่างที่ 2.6 เครื่องบินรบลำหหนึ่งลงจอดบนลานบินของเรือรบ ด้วยอัตราเร็ว 60 เมตรต่อวินาที

(ก) จงหาความเร่ง (ความหน่วง) ที่จะทำให้เครื่องบินหยุดเคลื่อนที่ภายใน 3.0 วินาที

(ข) จงหาระยะทางที่เครื่องบินเคลื่อนที่บนลานบินก่อนหยุดนิ่ง

(ค) ถ้าลานบินบนเรือยาว 100 เมตร เครื่องบินลำนี้จะลงจอดบนเรือได้หรือไม่

ตัวอย่างที่ 3.7 ถ้ารถยนต์คันหนึ่งลดอัตราเร็วจาก 20 เมตรต่อวินาที เป็น 8.0 เมตรต่อวินาที ในช่วงระยะ 40 เมตร แล้ว จงหา เวลาและระยะทางที่รถเคลื่อนที่ได้ก่อนที่จะหยุดนิ่ง

3.3 การตกอย่างเสรี

การตกอย่างเสรีหรือการตกอย่างอิสระของวัตถุคือการเคลื่อนที่ในหนึ่งมิในแนวดิ่ง เพื่อให้ง่ายเราจะไม่พิจารณาแรงต้านการเคลื่อนที่ ดังนั้นวัตถุจึงเคลื่อนที่ลงสู่พื้นโลกภายใต้อิทธิพลของแรงโน้มถ่วงของโลกด้วยความเร่งค่าหนึ่งคงตัว ($a = \pm g$; $g = 9.8$ m/s^2) ขึ้นอยู่กับทิศทางของการเคลื่อนที่ของวัตถุ

ถ้าวัตถุเคลื่อนที่ขึ้นไปด้านบนของจุดเริ่มต้น (ไปตามแกน $+y$) แล้ว $a = -g$

ถ้าวัตถุเคลื่อนที่ขึ้นลงด้านล่างของจุดเริ่มต้น (ไปตามแกน $-y$) แล้ว $a = g$

ดังนั้นสมการที่ใช้ในการเคลื่อนที่จึงเป็น

$$\begin{aligned} v &= v_0 + gt \\ y &= y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}gt^2 \\ v^2 &= v_0^2 + 2g(y - y_0) \\ y &= y_0 + \left(\frac{v_0 + v}{2}\right)t \end{aligned} \qquad (3.13)$$

ตัวอย่างที่ 3.8 ปล่อยลูกบอลจากยอดตึกสูง 50.0 เมตร จงหา

ก) ความเร็วของลูกบอลเมื่อเวลาผ่านไป 2.00 วินาที

ข) ระยะทางที่ลูกบอลเคลื่อนที่ได้ เมื่อเวลาผ่านไป 2.00 วินาที

ค) เวลาที่วัตถุตกถึงพื้น

ตัวอย่างที่ 3.9 โยนลูกบอลขึ้นไปในแนวดิ่งด้วยอัตราเร็ว 19.6 เมตรต่อวินาทีจากตึกสูง 49.0 เมตร จงหา ก) เวลาและระยะที่ลูกบอลขึ้นไปได้สูงสุด

ข) เวลาและความเร็ว ขณะที่ลูกบอลตกกลับที่ตำแหน่งเริ่มต้น

ค) เวลาและความเร็ว ขณะลูกบอลตกลงไปถึงพื้น

ง) ความเร็วและตำแหน่งของลูกบอล ที่เวลา 3.00 วินาที

หาระยะที่ลูกบอลขึ้นไปได้สูงสุด

ข) เวลาและความเร็ว ขณะที่ลูกบอลตกกลับที่ตำแหน่งเริ่มต้น , $y = y_0 = 0$

ค) เวลาและความเร็วขณะลูกบอลตกลงไปถึงพื้น

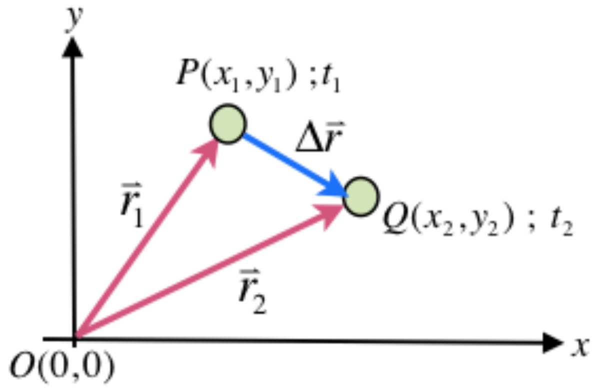
ง) ความเร็วและตำแหน่งของลูกบอล ที่เวลา 3.00 วินาที

3.4 การเคลื่อนที่ในสองมิติและสามมิติ

การอธิบายการเคลื่อนที่ในหนึ่งมิติในหัวข้อ 3.1 ทิศทางของปริมาณเวกเตอร์ เช่น ความเร็วหรือความเร่งจะแทนด้วยปริมาณที่เป็นบวกหรือลบ ตัวอย่างเช่น ถ้าความเร็วในการเคลื่อนที่ของจรวดมีค่าเป็นบวก แสดงว่าจรวดกำลังเคลื่อนที่ขึ้น แต่ถ้ามีค่าเป็น ลบ แสดงว่าจรวดกำลังเคลื่อนที่ลง แต่ในหัวข้อนี้ เราจะกล่าวถึงการเคลื่อนที่ในสองมิติหรือสามมิติ ซึ่งจำเป็นต้องอธิบายด้วย เวกเตอร์

3.4.1 ตำแหน่ง การกระจัด ความเร็วและความเร่ง

พิจารณาการเคลื่อนที่ของวัตถุในระบบพิกัดฉากสองมิติ ถ้าที่เวลา t_1 วัตถุอยู่ที่ตำแหน่ง $P(x_1, y_1)$ เคลื่อนที่ไปยังตำแหน่ง $Q(x_2, y_2)$ เมื่อเวลา t_2 ดังภาพที่ 3.3



ภาพที่ 3.3 แสดงการเคลื่อนที่ในสองมิติ จาก $P(x_1, y_1)$ ไปยัง $Q(x_2, y_2)$

การกระจัด (displacement) $\Delta\vec{r}$ ของการเคลื่อนที่หาได้จาก

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \tag{3.14}$$

เมื่อ $\vec{r}_1 = \overline{OP} = x_1\hat{i} + y_1\hat{j}$ และ $\vec{r}_2 = \overline{OQ} = x_2\hat{i} + y_2\hat{j}$ ดังนั้น

$$\begin{aligned}\Delta\vec{r} = \overline{PQ} &= \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \\ &= (x_2\hat{i} + y_2\hat{j}) - (x_1\hat{i} + y_1\hat{j}) \\ &= (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} \\ &= \Delta x\hat{i} + \Delta y\hat{j}\end{aligned} \tag{3.15}$$

ความเร็วเฉลี่ย (average velocity ; $\vec{v}_{av}$) คือ การเปลี่ยนแปลงการกระจัด $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ ในช่วงเวลา $\Delta t = t_2 - t_1$

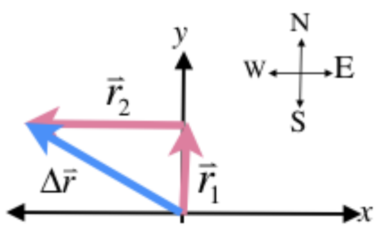
$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} \tag{3.16}$$

หรือ
$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x\hat{i}+\Delta y\hat{j}}{\Delta t}$$
$$= \frac{\Delta x\hat{i}}{\Delta t}+\frac{\Delta y\hat{j}}{\Delta t} = v_x\hat{i}+v_y\hat{j} \qquad (3.17)$$

ความเร่งเฉลี่ย (average acceleration ; $\vec{a}_{av}$) คือ การเปลี่ยนแปลงความเร็ว $\Delta\vec{v}_{av}$ ในช่วงเวลา Δt

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta\vec{v}_{av}}{\Delta t} = \frac{\Delta v_x\hat{i}+\Delta v_y\hat{j}}{\Delta t}$$
$$= a_x\hat{i}+a_y\hat{j} \qquad (3.18)$$

ตัวอย่างที่ 3.10 ชายคนหนึ่งเริ่มออกเดินทางจากบ้านไปทางทิศเหนือของบ้านเป็นระยะ 50.0 เมตร จากนั้นเดินต่อไปในทิศตะวันตกเป็นระยะ 120 เมตร โดยใช้เวลาในการเดินทางทั้งหมด 25.0 วินาที แล้วจงหา ก) ตำแหน่ง การกระจัดและระยะทาง ข) ความเร็วเฉลี่ย และความเร่งเฉลี่ย



3.4.2 การเคลื่อนที่ในระบบพิกัดฉากสามมิติด้วยความเร่งคงตัว

การหาตำแหน่ง การกระจัด ความเร็ว และความเร่ง ของการเคลื่อนที่นั้นทำได้เช่นเดียวกับกรณีสองมิติเพียงแต่เพิ่มแนวแกน z ดังนั้น จะได้

ตำแหน่ง : $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

การกระจัด : $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \Delta x\hat{i} + \Delta y\hat{j} + \Delta z\hat{k}$

ความเร็วเฉลี่ย : $\vec{v}_{av} = \dfrac{\Delta x\hat{i} + \Delta y\hat{j} + \Delta z\hat{k}}{\Delta t} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}$

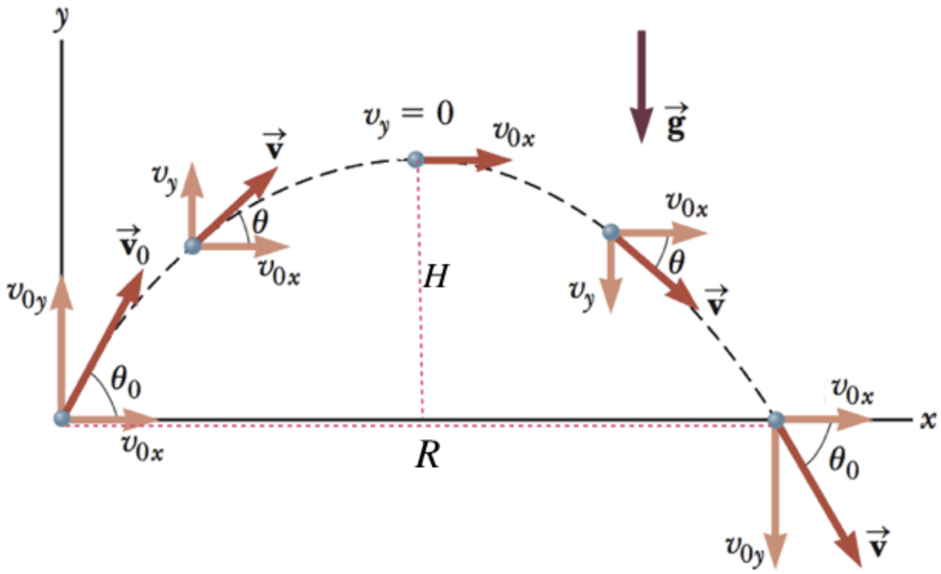
อัตราเร็วขณะใดขณะหนึ่ง : $v_{in} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$

ความเร่งเฉลี่ย : $\vec{a}_{av} = \dfrac{v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}}{\Delta t} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}$

ตัวอย่างที่ 3.11 วัตถุชิ้นหนึ่งเคลื่อนที่อยู่ในระบบพิกัดฉากสามมิติ โดยเริ่มเคลื่อนที่จากตำแหน่ง $\vec{r}_1 = 1.0\hat{i} + 6.0\hat{j} - 3.0\hat{k}$ เมตร ไปอยู่ที่ $\vec{r}_2 = 4.0\hat{i} - 3.0\hat{j} + 3.0\hat{k}$ เมตร ภายในเวลา 1.5 วินาที จงหา ก) การกระจัด ข) ความเร็วเฉลี่ย และ ค) ความเร่งเฉลี่ย

3.5 การเคลื่อนที่แบบโปรเจคไทล์

การเคลื่อรที่แบบโปรเจคไทล์ (projectile motion) คือ การที่วัตถุใดๆ เคลื่อนที่ไปในแนวราบ (แกน x) และแนวดิ่ง (แกน y) พร้อมๆ กัน โดยวัตถุจะเคลื่อนที่ด้วยความเร่งในแนวแกนดิ่งเท่านั้น และมีค่าความเร่งเท่ากับความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก $(\vec{a}_y = \vec{g}\,, \vec{a}_x = 0)$ และในแนวแกนราบวัตถุจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัวและในหัวข้อนี้ เราจะพิจารณาว่าไม่มีแรงต้านการเคลื่อนที่ใดๆ ทั้งสิ้น ดังนั้นรูปร่างของการเคลื่อนที่จึงเป็นพาราโบลา ดังภาพที่ 3.4



ภาพที่ 3.4 การเคลื่อนที่แบบโปรเจคไทล์ ซ่ึงไม่มีแรงต้านการเคลื่อนที่

ถ้าวัตถุเริ่มเคลื่อนที่ด้วยความเร็วต้น $\vec{v}_0$ และทำมุม θ_0 กับแกน $+x$ แล้วองค์ประกอบของความเร็วในเนวแกน x (v_{0x}) และในเนวแกน y (v_{0y}) จะเป็น

$$v_{0x} = v_0 \cos\theta_0 \quad \text{และ} \quad v_{0y} = v_0 \sin\theta_0 \qquad (3.19)$$

เราสามารถแยกพิจารณาการเคลื่อนที่ออกเป็นสองแนวโดยใช้สมการการเคลื่อนที่ในหนึ่งมิติ ทั้งสี่สมการ มาอธิบายได้ดังนี้

แนวแกนราบหรือในแนวแกน x : $(t_i = 0,\ \ a_x = 0,\ \ x_i = 0,\ \ x_f = x)$

จาก $v_x = v_{0x} + a_x t$ จะได้ $v_x = v_{0x}$ (ความเร็วมีค่าเท่ากัน ตลอดการเคลื่อนที่)

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos\theta_0 \qquad (3.20)$$

จาก $x_f - x_i = v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2$ จะได้ $x = v_{0x}t$ (3.21)

แนวแกนดิ่งหรือในแนวแกน y : $(t_i = 0,\ a_y = -g,\ y_i = 0,\ y_f = y)$

จาก $v_y = v_{0y} + a_y t$ จะได้
$$v_y = v_{0y} - gt \tag{3.22}$$

หรือ
$$v_y = v_0 \sin\theta_0 - gt \tag{3.23}$$

จาก $y_f - y_i = v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2$ จะได้
$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \tag{3.24}$$

ระยะพิสัย และระยะสูงสุด

เนื่องจากที่ระยะสูงสุดในแนวดิ่ง ($y_{\max} = H$) วัตถุจะมีความเร็วเป็น ศูนย์ ($v_y = 0$) และ $t = t_H$ แล้ว สมการ (3.23) จึงเขียนใหม่ได้เป็น $0 = v_0 \sin\theta_0 - gt_H$

$$t_H = \frac{v_0 \sin\theta_0}{g} \tag{3.25}$$

แทนสมการ (3.25) ลงใน (3.24) และแทน $v_{0y} = v_0 \sin\theta_0$ จะได้

$$y_{\max} = H = (v_0 \sin\theta_0)\left(\frac{v_0 \sin\theta_0}{g}\right) - \frac{1}{2}g\left(\frac{v_0 \sin\theta_0}{g}\right)^2$$

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2\theta_0}{2g} \tag{3.26}$$

ในขณะที่ระยะไกลสุดในแนวแกนราบ หรือ ระยะพิสัย (R) หาได้จาก

$$R = v_{0x}t = (v_0 \cos\theta_0)t \tag{3.27}$$

และเนื่องจากไม่มีแรงต้านการเคลื่อน ดังนั้นเวลา t ที่ใช้ในการเคลื่อนที่ทั้งหมดจึงเป็นสองเท่าของเวลาที่วัตถุเคลื่อนที่ไปจนได้ระยะสูงสุดในแนวดิ่ง

$$t = 2t_H = \frac{2v_0 \sin\theta_0}{g} \tag{3.28}$$

ดังนั้นจะได้
$$R = (v_0 \cos\theta_0)\left(\frac{2v_0 \sin\theta_0}{g}\right) = \frac{2v_0^2 \sin\theta_0 \cos\theta_0}{g}$$

หรือ
$$R = \frac{v_0^2 \sin(2\theta_0)}{g} \tag{3.29}$$

ตัวอย่างที่ 3.12 ถ้ายิงปืนใหญ่ด้วยความเร็วต้น 50.0 เมตรต่อวินาที ทำมุม 60.0 องศากับแนวราบ แล้ว จงหา ก) ระยะที่ลูกปืนอยู่สูงจากพื้นมากที่สุด

ข) ระยะที่ไกลที่สุดในแนวราบ

ค) เวลาที่ลูกปืนลอยอยู่ในอากาศ

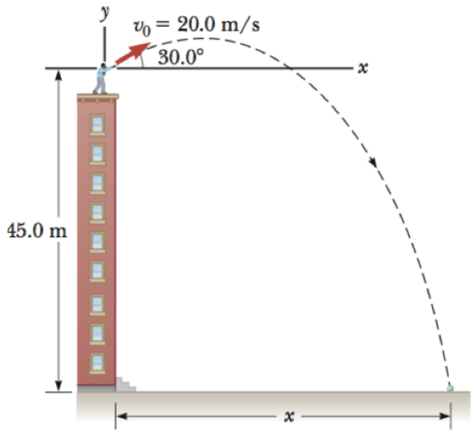
ง) ความเร็วและอัตราเร็วของลูกปืน ที่เวลา 3.00 วินาที

ตัวอย่างที่ 3.13 ชายคนหนึ่งขว้างลูกบอลจากยอดตึกสูง 45.0 เมตร ทำมุม 30.0 องศา กับแนวราบด้วยความเร็ว 20.0 เมตรต่อวินาที ดังภาพ

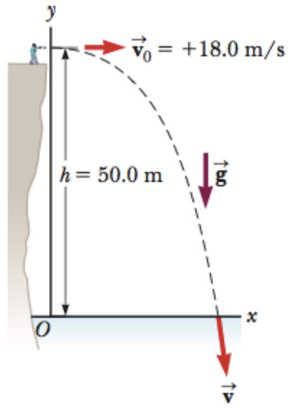
จงหา ก) ระยะเวลาที่ลูกบอลลอยอยู่ในอากาศ

ข) อัตราเร็วของลูกบอลขณะกระทบพื้น

ค) ระยะไกลสุดในแนวราบที่ลูกบอลตกถึงพื้น



ตัวอย่างที่ 3.14 ชายคนหนึ่งขว้างก้อนหินออกไปในแนวระนาบจากขอบหน้าผาสูง 50.0 เมตร ด้วยอัตราเร็ว 18.0 เมตรต่อวินาที ดังภาพ



จงหา ก) พิกัดของตำแหน่งเริ่มต้นของก้อนหิน

ข) องค์ประกอบของความเร็ว

ค) สมการของความเร็วที่เป็นฟังก์ชันของเวลา

ง) สมการของตำแหน่งที่เป็นฟังก์ชันของเวลา

จ) เวลาที่ก้อนหินลอยอยู่ในอากาศก่อนตกถึงพื้น

3.5 แรงและกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน

ในหัวข้อนี้เราจะกล่าวถึง แรงและชนิดของแรง กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน และการนำไปประยุกต์ใช้ในการอธิบายการเคลื่อนที่ของวัตถุต่างๆ ซึ่งเคลื่อนที่ด้วยความเร็วที่ช้ากว่าความเร็วแสงมากๆ

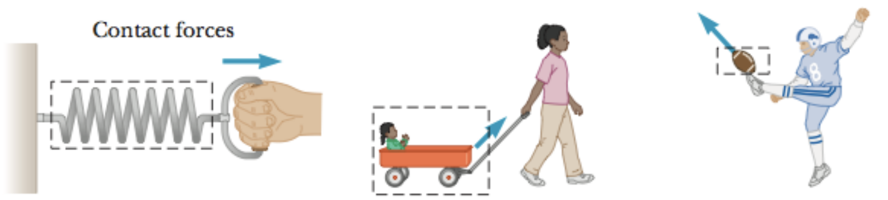
3.5.1 แรง

เมื่อกล่าวถึง **แรง** **(force)** ปกติแล้วเราจะนึกถึง แรงผลักหรือแรงดึงดูดที่กระทำกับวัตถุ เช่น การตีลูกเทนนิส เราสามารถควบคุมทั้งอัตราเร็วและทิศทางในการเคลื่อนที่ของลูกเทนนิสได้ นั่นแสดงว่า เราสามารถควบคุมขนาดและทิศทางของแรงได้ ดังนั้น แรงจึงเป็นปริมาณเวกเตอร์ เช่นเดียวกับ ความเร็วและความเร่ง

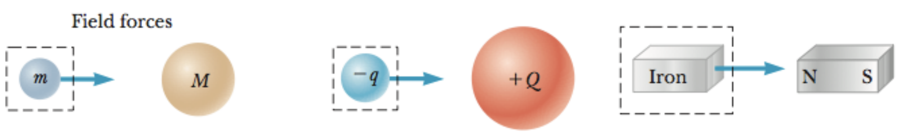
เราสามารถแบ่ง แรงออกเป็น 2 กลุ่มตามลักษณะการสัมผัสกันทางกายภาพของวัตถุ ดังนี้

1) แรงสัมผัส (contact forces) คือ แรงที่เกิดจากการสัมผัสกันของวัตถสองชิ้นโดยตรง เช่น การดึงสปริง การลากรถเข็น หรือการเตะลูกลักบี้ เป็นต้น ดังภาพที่ 3.5(ก)

2) แรงสนาม (field forces) คือ แรงที่ไม่ได้เกิดจากการสัมผัสกันของวัตถุโดยตรง เช่น แรงโน้มถ่วง แรงระหว่างประจุไฟฟ้า และแรงแม่เหล็ก เป็นต้น ดังภาพที่ 3.5(ข)



(ก)



(ข)

ภาพที่ 3.5 แสดงตัวอย่าง (ก) แรงสัมผัส และ (ข) แรงสนาม

แรงพื้นฐานที่มีอยู่ในธรรมชาติเป็นแรงสนาม และนักฟิสิกส์ออกเป็น 4 ชนิด ดังนี้

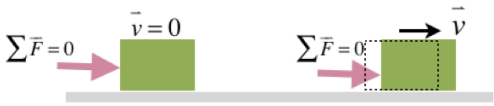
1) แรงโน้มถ่วง (gravitational force) คือ แรงดึงดูดระหว่างวัตถุ
2) แรงแม่เหล็กไฟฟ้า (electromagnetic force) คือ แรงดึงดูดระหว่างประจุไฟฟ้า
3) แรงนิวเคลียร์แบบอ่อน (weak nuclear force) คือ แรงที่เกิดจากกระบวนการปล่อยกัมมันตภาพรังสี และปฏิกิริยานิวเคลียร์
4) แรงนิวเคลียร์แบบเข้ม (strong nuclear force) คือ แรงดึงดูดระหว่างอนุภาค/อะตอมต่างๆ ภายในนิวเคลียส ทำให้อนุภาคอยู่รวมกันในนิวเคลียได้

3.5.2 กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน

นิวตัน (Isaac Newton , 1642- 1727) นักฟิสิกส์และนักคณิตศาสตร์ ชาวอังกฤษ ได้ตั้งกฎที่ใช้ในการอธิบายการเคลื่อนที่ของวัตถุ ไว้ 3 ข้อ ซึ่งเราเรียกว่า กฎการเคลื่อนของนิวตัน (Newton’s law of motion)

กฎข้อที่หนึ่งของนิวตัน (Newton’s first law)

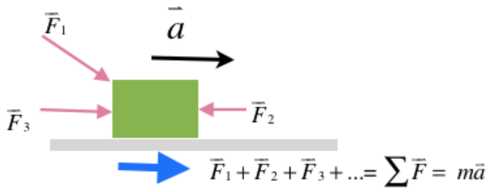
ถ้าแรงลัพธ์ภายนอก (Net external force) ที่มากระทำกับวัตถุที่อยู่ในสภาพหยุดนิ่ง (หรือกำลังเคลื่อนที่อยู่ด้วยความเร็วคงตัว) มีค่าเป็น ศูนย์ แล้ววัตถุจะยังคงสภาพหยุดนิ่ง (หรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว) นั้นตลอดไป ดังนั้นอาจเรียกกฎข้อนี้ว่า **กฎของความเฉื่อย**



$$\sum\vec{F} = 0 \qquad (3.30)$$

กฎข้อที่สองของนิวตัน (Newton’s second law)

ถ้าแรงลัพธ์ภายนอกที่มากระทำกับวัตถุไม่เท่ากับ ศูนย์ แล้ว วัตถุจะเคลื่อนที่ไปในทิศทางเดียวกับแรงลัพธ์และความเร่ง $\vec{a}$ จะแปรผันตามแรงลัพธ์ $\sum\vec{F}$ แต่จะแปรผกผันกับมวล m ของวัตถุนั้น ดังนั้นจะได้ $\vec{a} = \dfrac{\sum\vec{F}}{m}$ หรือ



$$\sum\vec{F} = m\vec{a} \qquad (3.31)$$

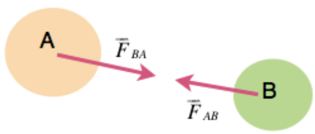
แรง $\vec{F}$ เป็นปริมาณเวกเตอร์ มีหน่วยเป็น นิวตัน (N) นั่นคือ 1.0 N = 1.0 kg-m/s^2) ดังนั้น แรง 1.0 นิวตัน จึงหมายถึงปริมาณที่ทำให้มวล 1.0 กิโลกรัม เคลื่อนที่ด้วยความเร่ง 1.0 เมตรต่อวินาที^{2}

องค์ประกอบของแรงในระบบพิกัดฉากสามมิติตามแนวแกน x, y และ z คือ

$$\sum\vec{F}_x = m\vec{a}_x \;:\; \sum\vec{F}_y = m\vec{a}_y \;:\; \sum\vec{F}_z = m\vec{a}_z \qquad (3.32)$$

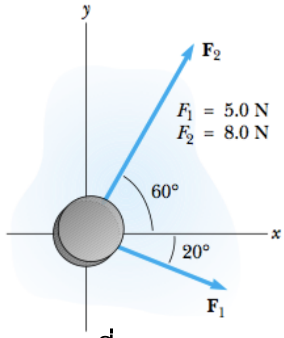
กฎข้อที่สามของนิวตัน (Newton’s third law)

ถ้าวัตถุ A และ B มีอันตรกิริยาต่อกัน แล้ว แรงที่วัตถุ A กระทำต่อวัตถุ B ($\vec{F}_{AB}$) จะมีขนาดเท่ากับแรงที่วัตถุ B กระทำต่อวัตถุ A ($\vec{F}_{BA}$) ดังนั้นจะได้



$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA} \qquad (3.33)$$

ตัวอย่างที่ 3.15 นักฮอกกี้สองคนออกแรงตีลูกฮอกกี้ที่ทำจากยางมวล 0.30 กิโลกรัม ด้วยแรง $\vec{F}_1$ ขนาด 5.0 นิวตัน ด้วยมุม 20 องศาในทิศตามเข็มนาฬิกากับแกน x และแรง $\vec{F}_2$ ขนาด 8.0 นิวตัน ด้วยมุม 60 องศา ในทิศทวนเข็มนาฬิกากับแกน x ดังภาพที่ 3.6 และลานน้ำแข็งลื่นโดยไม่แรงเสียดทานแล้วจงหาขนาดและทิศทางของความเร่งของลูกฮอกกี้

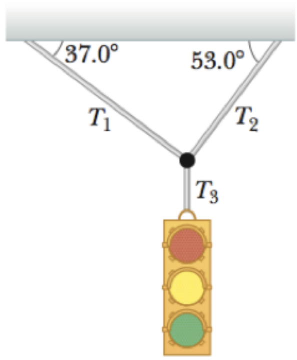


ภาพที่ 3.6

3.5.3 การประยุกต์ใช้กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน

ในหัวข้อนี้เป็นการนำกฎการเคลื่อนที่ของนิวตันมาประยุกต์ใช้กับวัตถุซึ่งเคลื่อนที่ภายใต้แรงภายนอกที่มากระทำมีขนาดคงตัว โดยเราจะสมมติว่า วัตถุเป็นจุดประจุ ดังนั้นจึงไม่ต้องพิจารณาการเคลื่อนที่แบบหมุน และนอกจากกนี้แล้ว เรายังไม่สนใจ แรงเสียดทานและมวลของเชือกที่ผูกติดกับวัตถุ และเรียกขนาดแรงที่กระทำต่อเชือกว่า แรงตึงเชือก (Tension; $\overline{T}$)

ตัวอย่างที่ 3.17 ถ้านำไฟจราจรน้ำหนัก 1.00×10^2 นิวตัน ผูกติดกับเชือก T_3 แล้วไปแขวนเข้ากับเชือก T_1 และ T_2 ที่ทำมุม 37.0 องศา และ 53.0 องศา ตามลำดับ ดังภาพที่ 3.7(ก) แล้วจงหาแรงดึงในเส้นเชือกทั้งสามเส้น



ภาพที่ 3.7(ก)

ตัวอย่างที่ 3.18 จงหาขนาดของแรงตึงเชือกที่ผูกรถลากเลื่อนหิมะน้ำหนัก 77.0 นิวตัน ติดกับต้นไม้บนลานหิมะลาดเอียง ดังภาพที่ 3.8(ก) เมื่อไม่มีแรงเสียดทานระหว่างรถลากกับลานหิมะและจงหาแรงที่ลานหิมะทำกับรถลากเลื่อนหิมะดังกล่าว

(ก) **(ข)**

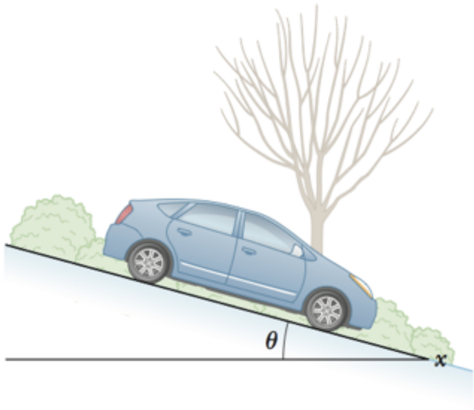
ภาพที่ 3.8

ตัวอย่างที่ 3.20 รถยนต์คันหนึ่งมีมวล m อยู่บนถนนที่มีความลาดเอียง $\theta = 30^\circ$ ดังภาพที่ 3.9(ก) และถนนไม่แรงเสียดทานแล้ว จงหา

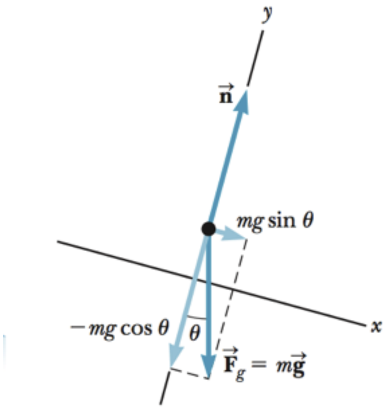
ก) ความเร่งในการเคลื่อนที่ของรถยนต์คันดังกล่าว

ข) ถ้ารถยนต์เริ่มเคลื่อนที่จากหยุดนิ่ง แล้วจงหาเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ในระยะทาง 50.0 เมตร

ค) อัตราเร็วของรถยนต์ที่ระยะทาง 50.0 เมตร



(ก)



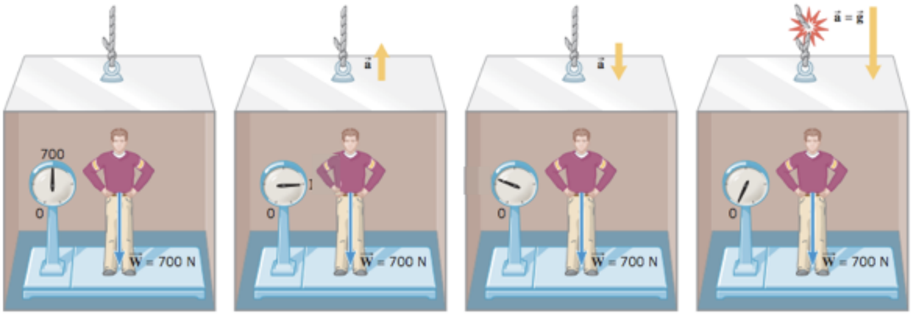
(ข)

ตัวอย่างที่ 3.21 ชายคนหนึ่งชั่งน้ำหนักในลิฟท์ ดังภาพที่ 3.10 โดยกำหนดให้ $g = 10.0 \mathrm{m/s^2}$ ถ้าขณะลิฟท์หยุดนิ่ง มีน้ำหนัก 700 นิวตัน แล้ว จงหาน้ำหนักของชายคนดังกล่าว เมื่อ

ก) ลิฟท์กำลังเคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร่ง 3.00 เมตรต่อวินาที^{2}

ข) ลิฟท์กำลังเคลื่อนที่ลงด้วยความเร่ง 3.00 เมตรต่อวินาที^{2}

ค) ลิฟท์ขาด



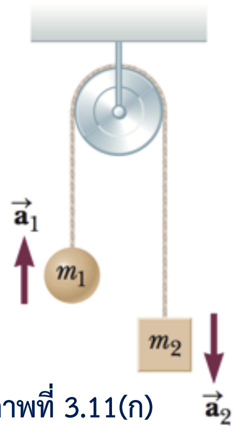
ภาพที่ 3.10 (ก)ลิฟท์หยุดนิ่ง (ข) ลิฟท์เคลื่อนที่ขึ้น (ค)ลิฟท์เคลื่อนที่ลง และ (ง) ลิฟท์ขาด

ตัวอย่างที่ 3.22 วัตถุมวล m_1 และ m_2 ผูกติดกันด้วยเชือกเบาไม่ยืดแขวนอยู่บนรอกเบาและไม่มีแรงเสียดทาน ดังภาพที่ 3.11 (ก)

ถ้า $m_2 > m_1$ แล้วจงหา

ก) ขนาดของความเร่งของวัตถุทั้งสอง

ข) แรงตึงเชือก



ภาพที่ 3.11(ก)

3.6 แรงเสียดทาน

เมื่อวัตถุเคลื่อนที่บนพื้นผิวหรือเคลื่อนที่ผ่านตัวกลางที่มีความหนืด อาทิเช่น อากาศ น้ำ เป็นต้น จะมีการต้านการเคลื่อนที่ของวัตถุกับสิ่งที่อยู่รอบๆ วัตถุนั้น เรียกว่า **ความเสียดทาน (Friction)** แรงเสียดทานเป็นสิ่งสำคัญในชีวิตประจำวัน ตัวอย่างเช่น การขับรถ การเดิน และการวิ่ง เป็นต้น ถ้าไม่มีแรงเสียดทานจะไม่สามารถเคลื่อนที่ได้ เมื่อวัตถุเคลื่อนที่บนพื้นผิวใดๆ จะมีแรงต้านการเคลื่อนที่หรือแรงเสียดทานในทิศตรงข้ามเสมอ โดยแรงเสียดทานจะขึ้นอยู่กับผิวสัมผัสของวัตถุ ทั้งนี้เราจะ แรงเสียดทานแบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ แรงแสียดทานสถิตและแรงเสียดทานจลน์

3.6.1 แรงเสียดทานสถิต

แรงเสียดทานสถิต (Static frictional force , $\vec{f}_s$) คือแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นเมื่อวัตถุหยุดนิ่ง ซึ่งจะแปรผันตรงกับแรงภายนอก (external force) ที่มากระทำโดยจะเพิ่มขึ้นจนถึงค่าสูงสุดค่าหนึ่ง ($\vec{f}_{s,\max}$) ณ จุดนี้วัตถุจะเริ่มเคลื่อนที่และแรงเสียดทานจะลดลง ดังภาพที่ 3.12 และขนาดของแรงเสียดทานสถิตหาจะหาได้จาก

$$f_s \le \mu_s n \qquad (3.34)$$

เมื่อ μ_s คือ สัมประสิทธิ์ความเสียดทานลน์ (coefficient of static friction)

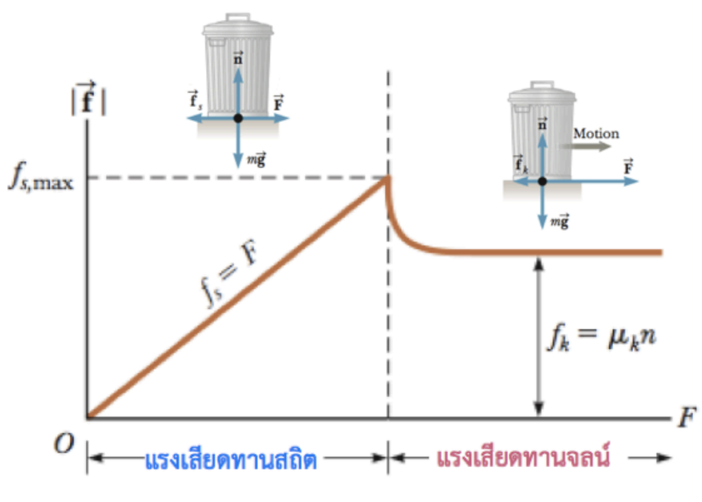
และ $\vec{n}$ คือ แรงในแนวตั้งฉาก (normal force)

3.6.2 แรงเสียดทานจลน์

แรงเสียดทานจลน์(kinetic frictional force, $\vec{f}_k$) คือแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นเมื่อวัตถุเคลื่อนที่ ดังภาพที่ 3.12 และขนาดของแรงเสียดทานจลน์ จะหาได้จาก

$$f_k = \mu_k n \qquad (3.35)$$

เมื่อ μ_k คือ สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ (coefficient of kinetic friction)



ภาพที่ 3.12 แผนภาพแสดงแรงเสียดทาน

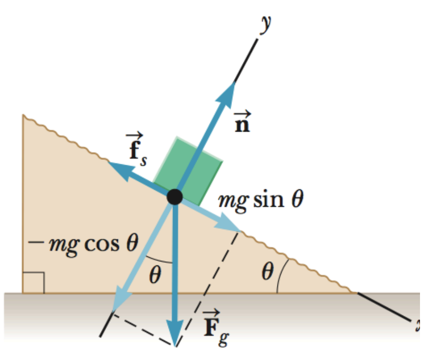
สัมประสิทธ์ความเสียดทาน (coefficient) ทั้งสองชนิดจะขึ้นอยู่กับชนิดของวัตถุและลักษณะของพื้นผิวที่สัมผัสกัน ตัวอย่างดังตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1 แสดงชนิดของวัตถุ และค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของวัตถุ

ชนิดวัตถุและพื้นผิวสัมผัส	สัมประสิทธ์ความเสียดทานสถิต μ_s	สัมประสิทธ์ความเสียดทานจลน์ μ_k
เหล็กกับเหล็ก	0.74	0.57
อลูมิเนียมกับเหล็ก	0.61	0.47
ทองแดงกับเหล็ก	0.53	0.36
ยางกับคอนกรีต	1.0	0.80
ไม้กับไม้	0.25 - 0.50	0.20
แก้วกับแก้ว	0.94	0.40
น้ำแข็งกับน้ำแข็ง	0.10	0.03
เทฟลอนกับเทปลอน	0.04	0.04

ตัวอย่างที่ 3.23 กล่องไม้มวล 2.50 กิโลกรัม วางอยู่บนพื้นเอียงทำมุม θ กับพื้นราบ ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างกล่องกับพื้นเอียง มีค่าเท่ากับ 0.350 แล้วจงหามุม θ สูงสุดที่ทำกล่องจะลื่นไถล

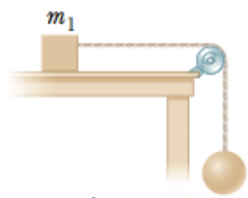
วิธีทำ จากภาพที่ 3.13 จะได้



ภาพที่ 3.13

ตัวอย่างที่ 3.24 ถ้าออกแรงตี้ลูกฮอกกี้ให้เคลื่อนที่ด้วยความเร็วต้น 20.0 เมตรต่อวินาที ปรากฏว่าลูกฮอกกี้เคลื่อนที่ไปได้ระยะ 125 เมตร จึงหยุดนิ่ง แล้ว จงหาสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ของลูกฮอกกี้กับพื้นน้ำแข็ง

ตัวอย่างที่ 3.25 กล่องมวล $m_1 = 4.00$ กิโลกรัม ซึ่งวางอยู่บนโต๊ะผูกติดกับลูกบอลมวล $m_2 = 7.00$ กิโลกรัม ด้วยเชือกเบาและรอกไร้แรงเสียดทานดังภาพที่ 3.14(ก) ถ้าสัมประสิทธิ์ระหว่างกองกับพื้น เท่ากับ 0.300 แล้ว จงหาความเร่งและแรงตึงเชือกของวัตถุทั้งสอง



ภาพที่ 3.14(ก)

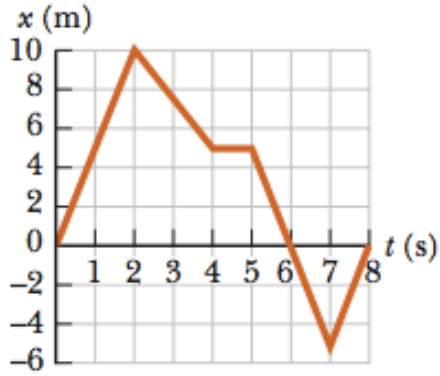
แบบฝึกหัดประจำบทที่ 3

1) ถ้าชายคนหนึ่งขับรถจากจันทบุรีไปต่างจังหวัด ด้วยอัตราเร็วคงตัวต่างๆ กัน ดังนี้ ช่วง 30 นาทีแรก ขับด้วยอัตราเร็ว 80.0 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และต่อมาขับด้วยอัตราเร็ว 100 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เป็นเวลา 20 นาที หลังจากนั้นหยุดเติมก๊าซเป็นเวลา 15 นาที แล้วออกเดินทางต่อด้วยอัตราเร็ว 60.0 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เป็นเวลานาน 90 นาที แล้ว จงหา

1.1) อัตราเร็วเฉลี่ยตลอดการเดินทาง 1.2) ระยะทางทั้งหมดตลอดการเดินทาง

2) จากกราฟความสัมพันธ์ของตำแหน่งและเวลา ในภาพที่ 3.15 จงหา ความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา

2.1) 0 ถึง 2.00 วินาที
2.2) 0 ถึง 4.00 วินาที
2.3) 2.00 ถึง 4.00 วินาที
2.4) 4.00 ถึง 7.00 วินาที
2.5) 0 ถึง 8.00 วินาที



ภาพที่ 3.5

3) วัยรุ่นชายคนหนึ่งขับรถมอเตอร์ไซด์ ไปทางทิศเหนือ เป็นเวลา 30.0 นาที ด้วยความเร็ว 15.0 เมตรต่อวินาที และหยุดพักเป็นเวลา 20 นาที แล้วออกเดินทางต่อไปในทิศตะวันออก ด้วยความเร็ว 20.0 เมตรต่อวินาที เป็นเวลา 2.00 ชั่วโมง จงหาระยะกระจัดและความเร็วเฉลี่ย

4) รถยนต์คันหนึ่งเคลื่อนที่และมีตำแหน่งที่เป็นฟังก์ชันของเวลา $x(t) = 5.00t + 0.75t^3$ เมตร

จงหา 4.1) การกระจัด 4.2) ความเร็วเฉลี่ย

4.3) ความเร่งเฉลี่ยในช่วงเวลา 1.0 วินาที ถึง 3.0 วินาที

5) ถ้ารถยนต์คันหนึ่งเริ่มเคลื่อนที่จากหยุดนิ่ง ด้วยความเร่งคงตัว 3.00 เมตรต่อวินาที^{2} แล้วจงหา

5.1) ความเร็วและเวลาในการเคลื่อนที่จนได้เป็นระยะทาง 40.0 เมตร

5.2) ความเร็วเฉลี่ยของการเคลื่อนที่ดังกล่าว

6) เครื่องบินโดยสารลำหหนึ่งลงจอดบนลานบิน ด้วยอัตราเร็ว 40.0 เมตรต่อวินาที แล้ว จงหา

6.1) ความเร่ง (ความหน่วง) ที่จะทำให้เครื่องบินหยุดเคลื่อนที่ภายใน 15.0 วินาที

6.2) ถ้าลานบินมีความยาว 350 เมตร เครื่องบินลำนี้จะลงจอดบนเรือได้หรือไม่

7) ถ้ารถยนต์คันหนึ่งลดอัตราเร็วจาก 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เป็น 8.0 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ในช่วงระยะ 300 เมตร แล้ว จงหา เวลาและระยะทางที่รถเคลื่อนที่ได้ก่อนที่จะหยุดนิ่ง

8) ปล่อยลูกบอลระยะ 78.4 เมตร กำหนด $g = 9.80\text{m/s}^2$ จงหา

8.1) ความเร็วของลูกบอลเมื่อเวลาผ่านไป 2.00 วินาที
8.2) ระยะทางที่ลูกบอลเคลื่อนที่ได้ เมื่อเวลาผ่านไป 2.00 วินาที
8.3) เวลาและอัตราเร็วของวัตถุขณะตกถึงพื้น

9) โยนลูกบอลขึ้นไปในแนวดิ่งด้วยอัตราเร็ว 50.0 เมตรต่อวินาที กำหนด $g = 9.80\text{m/s}^2$ จากยอดตึกสูง 20.0 เมตร จงหา

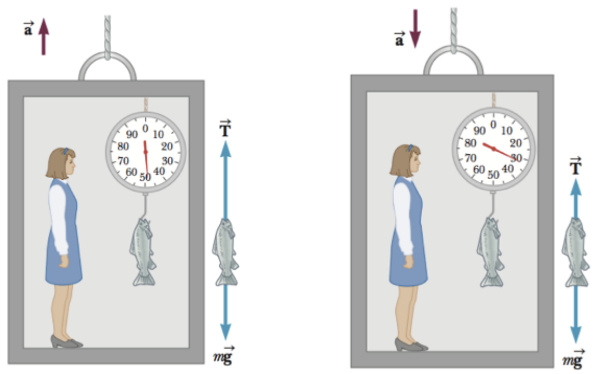
9.1) เวลาและระยะที่ลูกบอลขึ้นไปได้สูงสุด
9.2) เวลาและความเร็ว ขณะที่ลูกบอลตกกลับที่ตำแหน่งเริ่มต้น
9.3) เวลาและความเร็ว ขณะลูกบอลตกลงไปถึงพื้น
9.4) ความเร็วและตำแหน่งของลูกบอล ที่เวลา 3.00 วินาที

10) ถ้ายิงปืนใหญ่ด้วยความเร็วต้น 60.0 เมตรต่อวินาที ทำมุม 45.0 องศากับแนวราบ แล้ว จงหา

10.1) ระยะที่ลูกปืนอยู่สูงจากพื้นมากที่สุด
10.2) ระยะที่ไกลที่สุดในแนวราบ
10.3) เวลาที่ถูกปืนลอยอยู่ในอากาศ
10.4) ความเร็วและอัตราเร็วของลูกปืน ที่เวลา 0.70 วินาที

11) หญิงคนหนึ่งชั่งน้ำหนักปลาในลิฟท์ด้วยตาชั่งสปริง ดังภาพที่ 3.16
ถ้าขณะลิฟท์หยุดนิ่ง ปลามีน้ำหนัก 40.0 นิวตัน แล้ว จงหาน้ำหนักของปลา เมื่อ

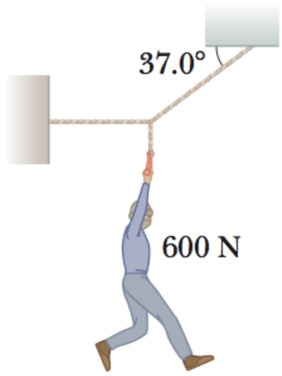
11.1) ลิฟท์กำลังเคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร่ง 2.00 เมตรต่อวินาที^{2}
11.2) ลิฟท์กำลังเคลื่อนที่ลงด้วยความเร่ง 2.00 เมตรต่อวินาที^{2}



(ก) (ข)

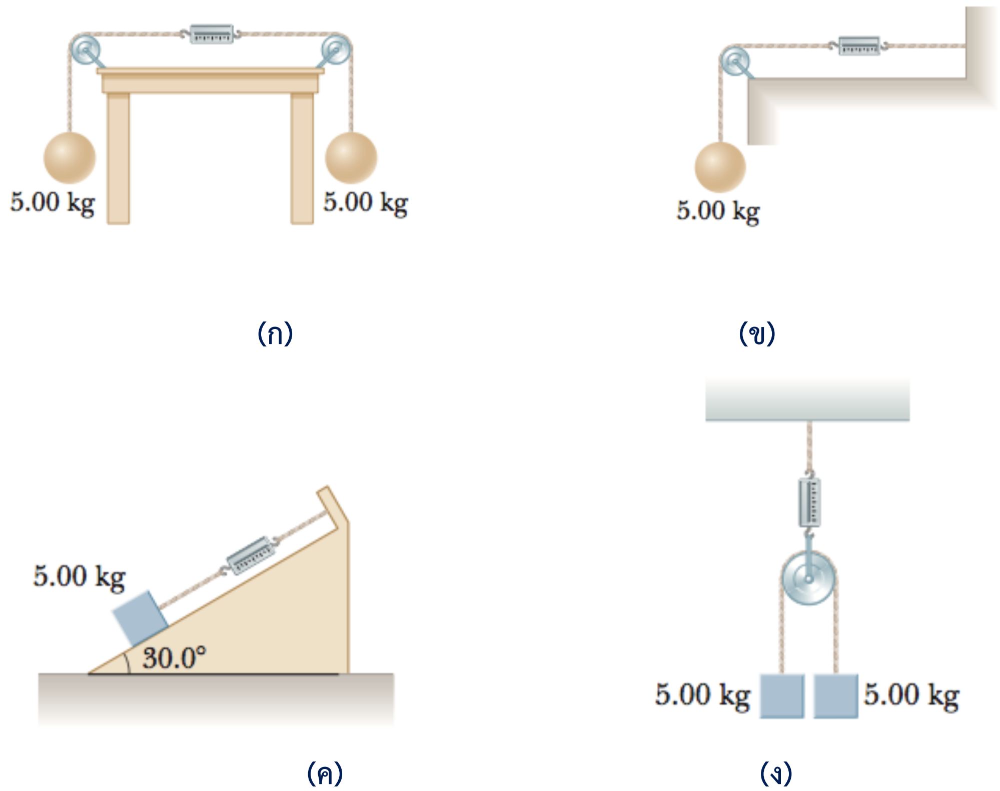
ภาพที่ 3.16 (ก) ลิฟท์กำลังเคลื่อนที่ขึ้น และ (ข) ลิฟท์กำลังเคลื่อนที่ลง

12) จากภาพที่ 3.17 จงหาแรงตึงเชือกแต่ละเส้น



ภาพที่ 3.17

13) จากภาพที่ 3.18 (ก) - (ง) จงหาค่าของแรงตึงเชือกที่อ่านได้จากตาชั่งสปริง

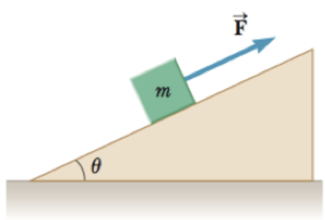


ภาพที่ 3.18

14) กล่องมวล $m = 6.0\text{kg}$ และมุม $\theta = 30^\circ$ ดังภาพที่ 3.19 ถ้าขนาดของแรง $F = 40$ N แล้ว จงหาความเร่งของกล่อง

14.1) ถ้าพื้นเอียงไม่มีแรงเสียดทาน

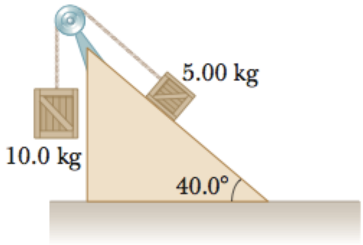
14.2) ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ เท่ากับ 0.01



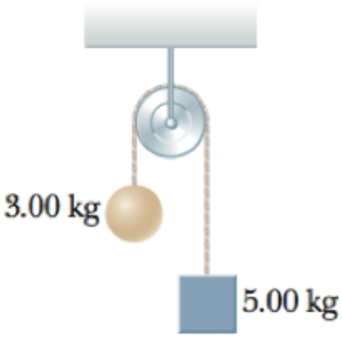
ภาพที่ 3.19

15) กล่องมวล 10.0 กิโลกรัม และ 5.00 กิโลกรัม วางอยู่บนพื้นอียงไรแรงเสียดทาน ดังภาพที่ 3.20 จงหา ความเร่งและแรงตึงเชือกของวัตถุทั้งสอง

ภาพที่ 3.20

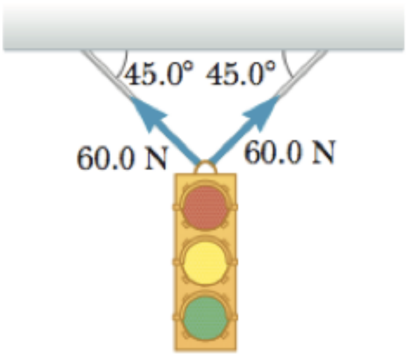


16) วัตถุมวล 30.0 กิโลกรัมและ 5.00 กิโลกรัมผูกติดกันด้วยเชือกเบาค้องอยู่บนรอกเบาไร้แรงเสียดทาน ดังภาพที่ 3.21 จงหา 16.1) แรงตึงเชือก 16.2) ความเร่งของวัตถุทั้งสอง



ภาพที่ 3.21

17) จากภาพที่ 3.22 น้ำหนักของไฟจราจรที่ไม่ทำให้เชือกขาด



ภาพที่ 3.22

บทที่ 4
งาน พลังงานและโมเมนตัม
Work Energy and Momentum

เอกสารบทนี้จะกล่าวถึงงานที่เกิดจากแรงคงตัว งานเนื่องจากแรงเสียดทาน งานที่เกิดจากแรงไม่คงตัว พลังงานจลน์และทฤษฎีงาน-พลังงาน พลังงานศักย์โน้มถ่วง พลังงานศักย์ยืดหยุ่น กำลัง หลักอนุรักษ์พลังงานและการประยุกต์ใช้ โมเมนตัมและการชน การชนในสองมิติ

4.1 งาน

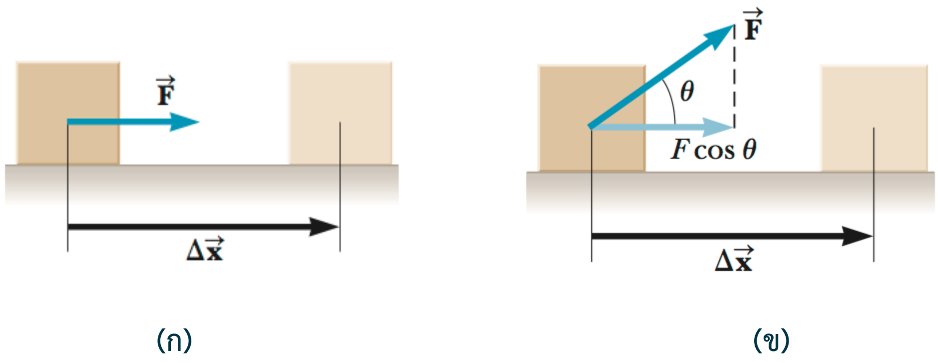
งาน (work , W) ในทาฟิสิกส์ปริมาณสเกลาร์ หมายถึง ผลคูณระหว่างขนาดของแรง (F) กับขนาดของการกระจัด (d) โดยที่แรงต้องอยู่ในทิศทางที่ขนานกับการกระจัด นั่นคือ $W = Fd$ ในระบบเอสไอมีหน่วย เป็น นิวตัน-เมตร (N-m) หรือ จูล (J)

4.1.1 งานที่ทำโดยแรงคงตัว

เมื่อมีแรง $\vec{F}$ ซึ่งเป็นแรงคงตัว (แรงที่มีขนาดและทิศทางคงตัว ไม่เปลี่ยนแปลง) กระทำต่อวัตถุใดๆ ในแนวแกน x และวัตถุเคลื่อนที่ไปในทิศทางเดียวกับแรงโดยมีระยะกระจัด $\Delta\vec{x}$ ดังภาพที่ 4.1(ก) แล้วงานที่เกิดจากแรงคงตัวดังกล่าว หาได้จาก

$$W = \vec{F}\cdot\Delta\vec{x} = F_x\Delta x \qquad (4.1)$$

เมื่อ F_x คือองค์ประกอบของแรง $\vec{F}$ ในแนวแกน x และ $\Delta x = x_f - x_i$ คือ ระยะกระจัด



ภาพที่ 4.1 งาน $F\Delta x$ ที่เกิดจากแรงคงตัว ซึ่ง (ก) มีทิศทางเดียวกับการกระจัด $\Delta\vec{x}$ และ (ข)
(College Physics, R.A. serway and C. Vuille ,9 edition, 125)

ถ้าแรง $\vec{F}$ ที่กระทำต่อวัตถุใดๆ ทำมุม θ กับแนวแกน x ดังภาพที่ 4.1(ข) แล้วองค์ประกอบของแรง $\vec{F}$ ในแนวแกน x ดังนั้น งานที่เกิดจากแรงในแนวแกน x จึงเป็น

$$W = (F\cos\theta)\Delta x \qquad (4.2)$$

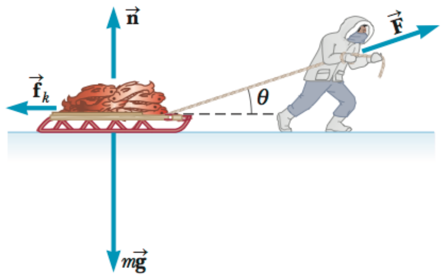
4.1.2 งานที่เกิดจากแรงเสีดทาน

พิจารณากรณีที่วัตถุที่เลื่อนที่ในแนวระดับไปบนพื้นที่มีแรงเสียดทาน จะพบว่าแรงเสียดทานที่พื้นผิวจะทำให้เกิดงานได้เช่นกันเรียกว่างานที่เกิดจากแรงเสียดทาน(Frictional work, W_{fric}) และเนื่องจากแรงเสียดทานจลน์ f_k มีทิศทางตรงข้ามกับแรง F_x นั่นคือ $F_x = -f_k$ ดังนั้นจะได้งานที่เกิดจากแรงเสียดทาน เป็น

$$W_{fric} = -f_k \Delta x = -\mu_k n \Delta x \tag{4.3}$$

เมื่อ $f_k = \mu_k n$ และ μ_k คือ สัมประสิทธ์ความเสียดทานจลน์ และ n คือแรงในแนวตั้งฉาก

ตัวอย่างที่ 4.1 ชาวเอสกิโนคนหนึ่งออกแรงขนาด 1.20×10^2 นิวตัน ลากรถเลื่อนหิมะซึ่งบรรทุกปลาน้ำหนักรวมสุทธิ 50.0 กิโลกรัม แล้ว จงหา



ก) งานที่เกิดจากการออกแรงในแนวราบ แล้วรถเลื่อนหิมะเคลื่อนที่ได้ระยะ 5.00 เมตร

ข) งานที่เกิดจากการรออกแรงทำมุม 30 องศา กับแนวราบและรถเลื่อนหิมะเคลื่อนที่ 5.00 เมตร

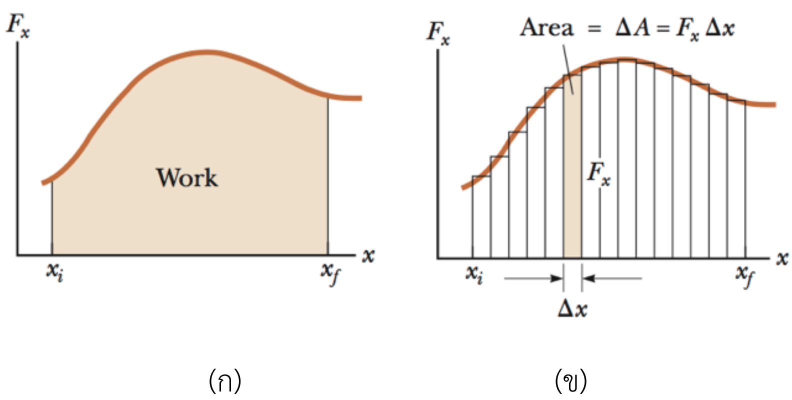
ค) ที่ระยะ 12.4 เมตร ชาวเอสกิโมหยุดออกแรงลากรถดังกล่าว และแรงเสียดทานระหว่างหิมะกับรถเลื่อนมีขนาด 45.0 นิวตัน ปรากฏว่ารถเลื่อนหิมะจะไปหยุดนิ่งที่ระยะ 18.2 เมตร แล้วจงหางานที่เกิดจากแรงเสียดทาน

ตัวอย่างที่ 4.2 วัตถุอันหนึ่งเคลื่อนที่อยู่ในเป็นระบบพิกัดฉากสองมิติโดยมีเวกเตอร์การกระจัดเป็น $\Delta\vec{r} = 3.0\hat{i} + 4.0\hat{j}$ เมตร ภายใต้แรงคงตัว $\vec{F} = 3.0\hat{i} + 2.0\hat{j}$ นิวตัน แล้วจงหา ก) งานที่เกิดขึ้น และ ข) มุมระหว่างแรงกับการกระจัดดังกล่าว

4.1.3 งานที่ทำโดยแรงไม่คงตัว

การหางานที่เกิดจากแรงไม่คงตัว ดังภาพที่ 4.2(ก) นั้น เราสามารถทำได้โดยการพิจารณาในช่วงการกระจัดสั้นๆ ($\Delta x \to 0$) ดังภาพที่ 4.2(ข) แล้ว แรงจะเป็นแรงคงตัว ดังนั้นเราจะได้งานย่อยๆ ในแต่ละช่วงเป็น $\Delta W = F_x \Delta x$ (พื้นที่ใต้กราฟ) และเมื่อนำงานย่อยๆ เหล่านั้นมารวมกันจะได้งานทั้งหมดในช่าง x_i ถึง x_f ดังนี้

$$W = \sum_{x=x_i}^{x_f} F_x \Delta x = \int_{x_i}^{x_f} F_x \, dx \tag{4.4}$$



ภาพที่ 4.2 งานเนื่องจากแรงไม่คงต้ว (College Physics, R.A. serway and C. Vuille ,9 edition, 152)

4.2 พลังงานจลน์และทฤษฎีงาน - พลังงาน

พิจารณาการเคลื่อนที่ของวัตถุมวล m ซึ่งกำลังเคลื่อนที่ภายใต้แรงคงตัว $\overline{F}_{net}$ ดังภาพที่ 4.3 และจากกฎการเคลื่อนที่ข้อสองของนิวตัน ($F_{net} = ma$) วัตถุจะเคลื่อนที่ด้วยความเร่ง a ถ้าวัตถุเคลื่อนที่มีการกระจัดเป็น Δx แล้ว งานสุทธิ W_{net} ที่เกิดจากแรงคงตัว $\overline{F}_{net}$ จะเป็น

$$W_{net} = F_{net}\Delta x = ma\Delta x \qquad (4.5)$$

และจาก $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$ จะได้

$$a\Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2} \qquad (4.6)$$

แทนสมการ (4.6) ลงใน (4.5) จะได้ $W_{net} = m\left(\frac{v^2 - v_0^2}{2}\right)$

หรือ

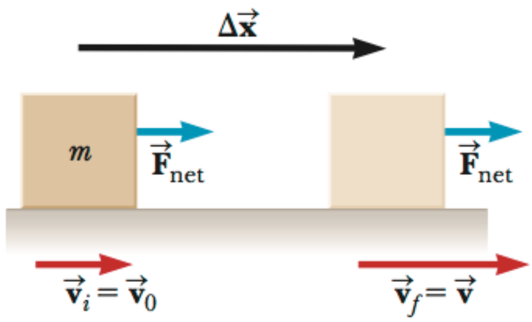
$$W_{net} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \qquad (4.7)$$

เมื่อ $\frac{1}{2}mv^2$ คือ พลังงานจลน์ (kinetic energy ; KE) ของวัตถุมวล m ที่กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v นั่นคือ

$$KE = \frac{1}{2}mv^2 \qquad (4.8)$$

ดังนั้น งานสุทธิที่เกิดจากแรงกระทำต่อวัตถุจะเท่ากับการเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์ และจะเรียกว่า **ทฤษฎีงาน-พลังงาน (Work-Energy Theorem)**

$$W_{net} = KE_f - KE_i = \Delta KE \qquad (4.9)$$



ภาพที่ 4.3 ระยะกระจัดและการเปลี่ยนความเร็วของวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่ภายใต้แรงคงตัว $\overline{F}$

(College Physics, R.A. serway and C. Vuille ,9 edition, 129)

ตัวอย่างที่ 4.3 ถ้าชายคนหนึ่งออกแรงขนาด 15 นิวตัน ผลักวัตถุมวล 5.0 กิโลกรัม ในแนวระดับ แล้วจงหาความเร็วของวัตถุหลังจากเคลื่อนที่ไปได้ระยะทาง 4.0 เมตร เมื่อ

ก) ไม่มีแรงเสียดทานที่พื้น

ข) มีความเสียดทานที่พื้นซึ่งมีสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ 0.20

4.3 พลังงานศักย์

พลังงานศักย์ (Potential Energy ; U) เป็นพลังงานของระบบที่ขึ้นกับตำแหน่งของวัตถุ ซึ่งในทางฟิสิกส์แบ่งออกเป็นสองแบบ คือ พลังงานศักย์โน้มถ่วงและพลังงานศักย์ยืดหยุ่น

4.3.1 พลังงานศักย์เนื่องจากแรงโน้มถ่วง

พลังงานศักย์โน้มถ่วง (gravitational potential energy ,U_g) คือ พลังงานที่เกิดจากแรงดึงดูดของโลกกระทำต่อวัตถุที่ตำแหน่ง y ใดๆ เทียบกับโลก นั่นคือ

$$U_g = mgy \tag{4.10}$$

พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวดิ่งของวัตถุมวล m ภายใต้แรงโน้มถ่วงของโลก $\vec{F}_g = mg$ (ไม่คิดแรงต้านจากอากาศ) จากตำแหน่งเริ่มต้นที่ความสูง y_i และเมื่อเวลาผ่านๆ ไป วัตถุดังกล่าวเคลื่อนที่มาอยู่ที่ตำแหน่ง y_f ดังภาพที่ 4.4 จะได้ $\Delta y = y_i - y_f$ และจากสมการ (3.1) จะได้

$$W_{net} = F_g \Delta y = -mg(y_f - y_i) \tag{4.11}$$

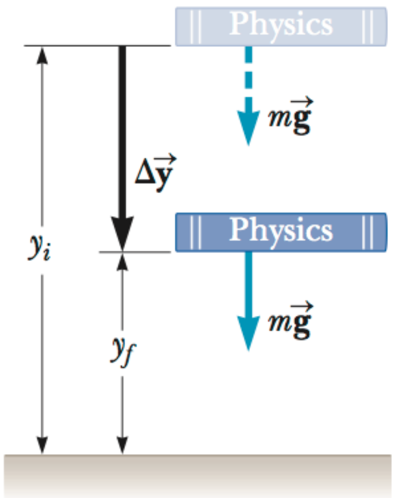
หรือ

$$W_{net} = -(mgy_f - mgy_i) = -(U_f - U_i)$$

ดังนั้น

$$W_{net} = -\Delta U_g \tag{4.12}$$

จากสมการ (4.12) จะพบว่า งานที่เกิดจากแรงโน้มถ่วงเท่ากับค่าลบของการเปลี่ยนแปลงพลังงานศักย์โน้มถ่วงซึ่งจะขึ้นอยู่กับตำแหน่งเริ่มต้นและตำแหน่งสุดท้าย เท่านั้น



ภาพที่ 4.4 พลังงานศักย์โน้มถ่วงของวัตถุที่ตกจากตำแหน่ง y_i มาที่ y_f

(College Physics, R.A. serway and C. Vuille ,9 edition, 133)

4.3.2 พลังงานศักย์ยืดหยุ่น

เมื่อออกแรงผลักวัตถุมวล m ให้ดันสปริงที่อยู่ในภาวะสมดุล $x=0$ ดังภาพที่ 4.5(บน) ให้การกระกระจัดเปลี่ยนไป Δx จากตำแหน่งสมดุล ดังภาพที่ 4.5(กลาง) แล้ว สปริงจะออกแรงกระทำกับวัตถุในทิศทางตรงข้ามและผลักให้วัตถุเคลื่อนที่ออกมาด้วยความเร็ว v โดยแรงที่สปริงกระทำต่อวัตถุ F_s จะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับการกระจัด Δx นั่นคือ

$$F_s = -k\Delta x \tag{4.13}$$

เมื่อ k คือ ค่าคงตัวของสปริง และเรียกสมการ (4.10) ว่า **กฎของฮุกก์ (Hooke's law)** และจากสมการ (4.13) เราจะเห็นได้ว่าแรงที่เกิดจากปริงขึ้นอยู่กับตแหน่งซึ่งเป็นแรงไม่คงตัว ดังนั้นงานที่เกิดขึ้นจึงหาได้จากสมการ (4.4) นั่นคือ

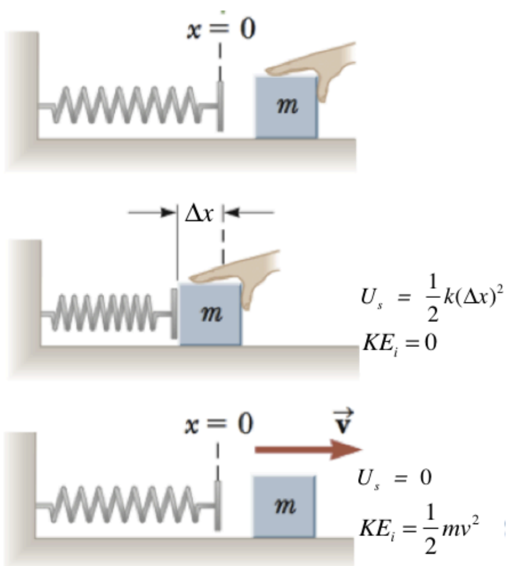
$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} F_x\,dx = -\int_{x_i}^{x_f} k\Delta x\,dx = -\frac{1}{2}k(x_f - x_i)^2$$

หรือ

$$W_s = -\left(\frac{1}{2}kx_f^2 - \frac{1}{2}kx_i^2\right) = -U_s \tag{4.14}$$

เมื่อ U_s คือ พลังงานศักย์ยืดหยุ่น (elastic potential energy) และจากสมการ (4.14) เราจะพบว่า งานที่เกิดจากแรงดึงกลับของสปริงจะขึ้นอยู่กับตำแหน่งเริ่มต้นและตำแหน่งสุดท้ายเช่นเดียวกับพลังานศักย์โน้มถ่วง ดังนั้นเราจะได้ **พลังงานศักย์ยืดหยุ่น** เป็น

$$U_s = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2 \tag{4.15}$$



ภาพที่ 4.5 พลังงานศักย์ยืดหยุ่นของสปริงที่มีค่าคงตัว k เมื่อมีแรง F_s มากระทำ

(College Physics, R.A. serway and C. Vuille ,9 edition, 140)

4.4 กำลัง

กำลัง (power) คือ อัตราการเคลื่อนย้ายพลังงานในหนึ่งหน่วยเวลา โดยถ้างาน W ที่เกิดจากแรงภายนอกในช่วงเวลา Δt แล้ว **กำลังเฉลี่ย** $\overline{P}$ (average power)

$$\overline{P} = \frac{W}{\Delta t} \tag{4.16}$$

จาก $W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{x}$ และ $\vec{v} = \Delta\vec{x} / \Delta t$ เมื่อ Δt เป็นช่วงเวลาสั้นๆ แล้วกำลังที่ได้รับจะเรียกว่า **กำลังขณะใดขณะหนึ่ง (instantaneous power)** สามารถเขียนได้เป็น

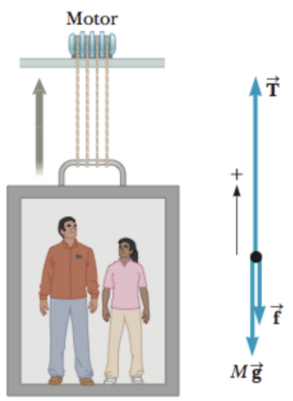
$$\overline{P} = \vec{F} \bullet \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} = \vec{F} \bullet \vec{v} \tag{4.17}$$

กำลังเฉลี่ยจากสมการ (4.17) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น $P = Fv$ เมื่อ F คือ องค์ประกอบของแรงที่มีทิศทางเดียวกับความเร็วเฉลี่ยของการเคลื่อนที่

ระบบเอสไอ (S.I. unit) งานจะมีหน่วยเป็น **วัตต์ (W) หรือ จูลต่อวินาที (J/s)** นอกจากนี้แล้วงานยังมีหน่วยเป็น **แรงม้า (hp)** โดย

$$1 \text{ hp} = 746 \text{ W} \tag{4.18}$$

ตัวอย่างที่ 4.4 ลิพต์ตัวหนึ่งมีมวล 1.00×10^3 กิโลกรัม สามารถบรรทุกผู้โดยสารน้ำหนักรวมสูงสุด 8.00×10^2 กิโลกรัม ถ้าขณะลิฟต์เคลื่อนที่ขึ้นจะมีแรงต้านการเคลื่อนที่ขนาด 4.00×10^3 นิวตัน ดังภาพที่ 4.6 แล้ว จงหากำลังของมอเตอร์ (ทั้งในหน่วยวัตต์และหน่วยแรงม้า) ที่น้อยที่สุดในการดึงลิฟต์ให้เคลื่อนที่ขึ้นด้วยอัตราเร็วคงตัว 2.00 เมตรต่อวินาที



ภาพที่ 4.6

4.5 หลักอนุรักษ์พลังงานและการประยุกต์ใช้

พิจารณาการเคลื่อนที่ของวัตถุอันหนึ่งที่กำลังในแนวดิ่งอยู่ที่ระดับความสูง h จากพื้นโลกจะมีพลังงานศักย์เป็น mgh และถ้าปล่อยให้วัตถุตกอย่างอิสระโดยไม่คิดแรงเสียดทานจากอากาศแล้ววัตถุดังกล่าวจะมีความเร็วเพิ่มขึ้น ซึ่งจะทำให้พลังงานจลน์เพิ่มขึ้นด้วย ในขณะที่พลังงานศักยืจะมีค่าลดลง นั่นแสดงว่า พลังงานศักย์ที่ลดลงนั้นเป็นไปเป็นพลังงานจลน์ ดังนั้น ผลรวมของพลังงานศักย์และพลังงานจลน์ ณ ตำแหน่งต่างๆ ตลอดการเคลื่อนที่จะมีค่าเท่ากัน ซึ่งเรียกข้อสรุปนี้ว่า เป็นไปตาม **หลักการอนุรักษ์พลังงาน (energy conservation)**

กำหนดให้ E เป็นพลังงานรวม แล้วเราจะได้

$$E = KE + U_g + U_s \tag{4.19}$$

และจากหลักการอนุรักษ์พลังงาน จะได้ $E_i = E_f = E$ นั่นคือ

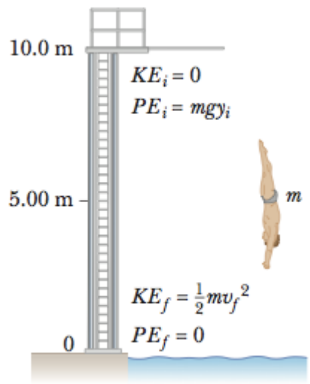
$$KE_i + \sum U_i = KE_f + \sum U_f \tag{4.20}$$

เมื่อ $\sum U$ คือผลรวมของพลังงานศักย์โน้มถ่วง U_g และพลังงานศักย์ยืดหยุ่น U_s

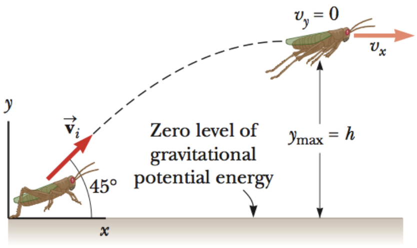
ตัวอย่างที่ 4.5 นักกระโดดน้ำคนหนึ่งมีมวล m กระดานโดดซึ่งอยู่สูงจากผิวน้ำ 10.0 เมตร ดังภาพที่ 4.7 ถ้าไม่คิดแรงต้านจากอากาศแล้ว จงใช้หลักการอนุรักษ์พลังงานหาอัตราเร็วของนักกระโดดน้ำที่

ก) ระยะสูง 5.00 เมตร จากผิวน้ำ

ข) ผิวน้ำ



ตัวอย่างที่ 4.6 ตั๊กแตนตัวหนึ่งกระโดดทำมุม 45 องศากับแนวราบ ปรากฏว่ากระโดดขึ้นไปได้สูงสุด 1.00 เมตร ดังภาพที่ 4.8 แล้ว จงหาอัตราเร็วเริ่มต้นของตั๊กแตนตัวนี้ เมื่อไม่คิดแรงต้านอากาศ



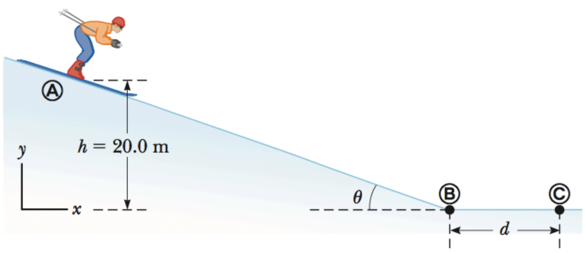
ภาพที่ 4.8

ตัวอย่างที่ 4.7 นักสกีคนหนึ่งเริ่มเคลื่อนที่จากลานหิมะลาดเอียงไร้ความเสียดทานจากระดับความสูงที่ 20.0 เมตร ดังภาพที่ 4.9 ถ้าด้านล่างของลานหิมะเป็นพื้นราบที่มีสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างสกีกับหิมะ เป็น 0.210 แล้วจงหา

ก) อัตราเร็วของนักสกีขณะเคลื่อนที่ถึงด้านล่างของพื้นเอียง

ข) ระยะทางที่นักสกีเคลื่อนที่ได้ในแนวราบ ก่อนหยุดนิ่ง เมื่อไม่คิดแรงต้านจากอากาศ

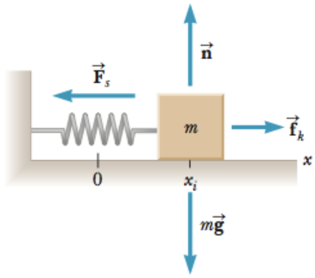
ภาพที่ 4.9



ตัวอย่างที่ 4.8 ผูกกล่องมวล 5.00 กิโลกรัม ติดกับสปริงที่มีค่าคงตัว 4.00×10^2 นิวตันต่อเมตร ในแนวระนาบและไร้แรงเสียดทาน ดังภาพที่ 4.10 ถ้าดึงกล่องออกไปจากจุดสมดุลเป็นระยะ $x_i = 0.0500$ เมตร และปล่อยให้เคลื่อนที่ไปมา โดยที่ แล้ว จงหา

ก) อัตราเร็วของกล่องขณะเคลื่อนที่ถึงจุดสมดุล

ข) อัตราเร็วที่ตำแหน่ง 0.0250 เมตร



ภาพที่ 4.10

เนื่องจากโมเมนตัมเชิงเส้นเป็นคูณระหว่างมวล (สเกลาร์) กับ ความเร็ว (เวกเตอร์) ดังนั้นโมเมนตัมเชิงเส้นจึงเป็นปริมาณเวกเตอรที่มีทิศทางเดียวกับทิศทางความเร็วของการเคลื่อนที่ของวัตถุ มีหน่วยเป็นกิโลกรัม-เมตรต่อวินาที(kg-m/s) และจากสมการที่ (4.21) เราจะเห็นได้ว่า โมเมนตัมของวัตถุสองอันใดๆ ซึ่งเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่ากันแล้ววัตถุที่มีมวลมากกว่าจะมีโมเมนตัมมากกว่าวัตถุที่มีมวลน้อยกว่า
ถ้าวัตถุเคลื่อนที่ในทิศทางใดๆ ในระบบพิกัดฉากสามมิติแล้วโมเมนตัมเชิงเส้นจะมีองค์ประกอบตามแนวแกน x,y และ z เป็น

$$p_x = mv_x \quad ; \quad p_y = mv_y \quad ; \quad p_z = mv_z \tag{4.22}$$

4.6.2 แรงและโมเมนตัมเชิงเส้น

เราสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนตัมเชิงเส้นของวัตถุกับแรงลัพธ์ที่กระทำบนวัตถุได้จาก กฎการเคลื่อนข้อสองของนิวตัน $\sum \vec{F} = m\vec{a} = m\dfrac{d\vec{v}}{dt}$

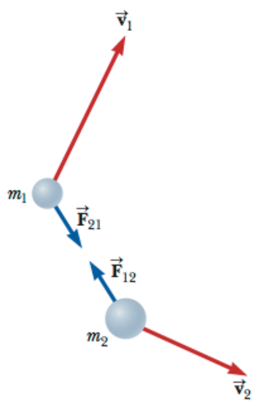
เมื่อมวล m ของวัตถุมีค่าคงตัว จะได้

$$\sum \vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{d}{dt}\vec{p} \tag{4.23}$$

นั่นคือ แรงคืออัตราการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมเชิงเส้นของวัตถุ

4.6.3 หลักการคงตัวของโมเมนตัมเชิงเส้น

พิจารณาวัตถุมวล m_1 และ m_2 :ซึ่งกำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $\vec{v}_1$ และ $\vec{v}_2$ ตามลำดับ ดังแสดงในภาพที่ 4.11 และจะได้แรงที่วัตถุทั้งสองกระทำซึ่งกันและกันเป็น $\vec{F}_{12}$ และ $\vec{F}_{21}$ เมื่อ $\vec{F}_{21}$ คือแรงที่วัตถุ m_2 กระทำต่อวัตถุมวล m_1 และ $\vec{F}_{12}$ คือแรงที่วัตถุ m_1 กระทำต่อวัตถุมวล m_2



ดังนั้นจากกฎการเคลื่อนที่ข้อสามของนิวตัน

จะได้ $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$ นั่นคือ $\vec{F}_{21} + \vec{F}_{12} = 0$

$$m_1\frac{d\vec{v}_1}{dt} + m_2\frac{d\vec{v}_2}{dt} = 0$$

$$\frac{d}{dt}(m_1\vec{v}_1) + \frac{d}{dt}(m_2\vec{v}_2) = 0$$

จะได้

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = 0 \tag{4.24}$$

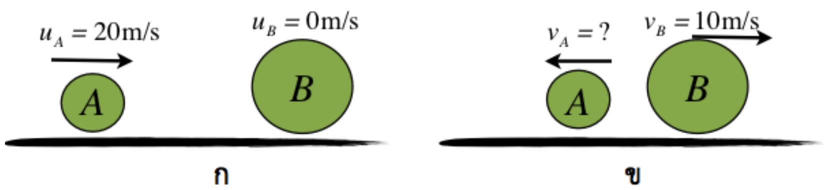
ภาพที่ 4.11 อันตรกิริยาระหว่างวัตถุ (Physics 9edit, Serway, 248)

เมื่อ $\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 =$ ค่าคงตัว คือ โมเมนตัมเชิงเส้นรวมของระบบและจากสมการ (4.24) เราจะเห็นได้ว่า ถ้าไม่มีแรงภายนอกมากระทำต่อระบบแล้วโมเมนตัมรวมของระบบจะมีค่าคงตัว ซึ่งจะ เรียกว่า **หลักการ คงตัวของโมเมนตัมเชิงเส้นหรือหลักการอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงเส้น** (Conservation of linear momentum) นั่นคือ

$$\vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i} = \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f} \tag{4.25}$$

เมื่อ $\vec{p}_{1i}$, $\vec{p}_{2i}$ คือโมเมนตัมเริ่มต้น และ $\vec{p}_{1f}$, $\vec{p}_{2f}$ คือ โมเมนตัมสุดท้ายของวัตถุทั้งสอง โมเมนตัมในแนวองค์ประกอบในแนวแกน x, y และ z เป็น $\vec{p}_{1xi} + \vec{p}_{2xi} = \vec{p}_{1xf} + \vec{p}_{2xf}$, $\vec{p}_{1yi} + \vec{p}_{2yi} = \vec{p}_{1yf} + \vec{p}_{2yf}$ และ $\vec{p}_{1zi} + \vec{p}_{2zi} = \vec{p}_{1zf} + \vec{p}_{2zf}$ ตามลำดับ

ตัวอย่างที่ 4.9 วัตถุ A มวล 0.50 กิโลกรัม เคลื่อนที่อัตราเร็ว 20 เมตรต่อวินาท ในแนวระนาบในทิศทาง $+x$ เข้าชนวัตถุ B มวล 1.50 กิโลกรัม ซึ่งหยุดนิ่งอยู่กับที่ ดังภาพที่ 4.12 ปรากฏว่าหลังชนวัตถุ B เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 10 เมตรต่อวินาที ในแนวแกน $+x$ ถ้าการชนดังกล่าวเป็นไปหลักการคงตัวของโมเมนตัมแล้วจงหาความเร็วหลังชนของวัตถุ A



ภาพที่ 4.12 สำหรับตัวอย่างที่ 4.9

4.6.4 การดลและแรงดล

การดล (Impulse ; I) คือ การเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม นั้นคือ

$$I = \Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i \quad (4.26)$$

หรือ

$$I = \Delta\vec{p} = m\vec{v}_f - m\vec{v}_i \quad (4.27)$$

และจากความสัมพันธ์ระหว่างแรงดลกับโมเมนตัม $\vec{F}_{net} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$ จะได้ $\Delta\vec{p} = \vec{F}_{net}\Delta t$

เมื่อแรง $\vec{F}_{net}$ เป็นแรงคงตัว ดังนั้นสมการ (4.26) จึงเขียนได้เป็น

$$I = \vec{F}_{net}\Delta t \quad (4.28)$$

ตัวอย่างที่ 4.10 ถ้ารถยนต์คันหนึ่งมวล 1.50×10^3 กิโลกรัมเคลื่อนที่พุ่งเข้าชนกำแพงดังภาพที่ 4.13 โดยที่ความเร็วของรถยนต์ก่อนชนและหลังชนเป็น -15.0 เมตรต่อวินาทีและ 2.60 เมตรต่อวินาที ตามลำดับและช่วงเวลาในการชนเป็น 0.150 วินาที แล้ว

ก) จงหาการดลเนื่องจากการชน และ ข) ขนาดของแรงดลกระทำต่อรถคันดังกล่าว

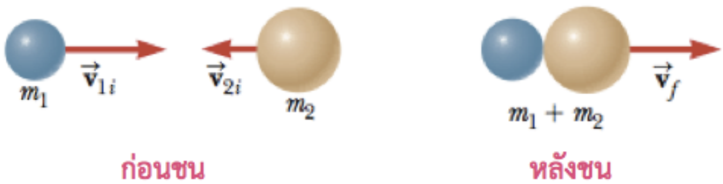
ภาพที่ 4.13 สำหรับตัวอย่างที่ 3.10 (College Physics 9edit, Serway, 170)

4.7 การชน

เมื่อวัตถุสองอันเกิดการชน (collision) กันจะเป็นไปตามหลักอนุรักษ์โมเมนตัม คือโมเมนตัมรวมก่อนชนและหลังชนจะมีค่าเท่ากัน และในกรณีทั่วไปแล้วพลังงานจลรวมระบบจะไม่เป็นการอนุรักษ์ เพราะพลังงานจลน์บางส่วนจะเปลี่ยนไปเป็นพลังงานภายใน พลังงานเสียงและงาน ที่ใช้ในการเปลี่ยนรูปร่างของวัตถุ เช่น การชนกันของรถยนต์ เป็นต้น การชนแบ่งออกเป็นสองชนิด คือ การชนแบบยืดหยุ่น (elastic collision) และการชนแบบไม่หยืดหยุ่น (inelastic collision)

4.7.1 การชนแบบไม่ยืดหยุ่น

การชนแบบไม่ยืดหยุ่น คือ การชนกันของวัตถุ แล้วพลังงานจลน์รวมของระบบก่อนชนและหลังชนมีค่าไม่เท่ากันและถ้าภายหลังการชนกันแล้ววัตถุทั้งสองรวมกัน(หรือติดกัน)หรือ เคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่ากันและทิศทางเดียวกันแล้วจะเรียกการชนนั้นว่า การชนแบบไม่ยืดหยุ่นสมบูรณ์ (perfectly inelastic collision) เช่น การพุ่งชนโลกของดาวตก การชนกันของรถยนต์ เป็นต้น



ภาพที่ 4.14 การชนแบบไม่ยืดหยุ่น(Physics 9 edit, Serway, 257)

ถ้าวัตถุมวล m_1 เคลื่อนที่ชนกับวัตถุมวล m_2 โดยที่ก่อนชนวัตถุทั้งสองมีความเร็วเป็น $\vec{v}_{1i}$ และ $\vec{v}_{2i}$ ตามลำดับ ในทิศทางที่ตรงข้ามกัน ดังภาพที่ 4.14(ซ้าย) ภายหลังการชนกันวัตถุทั้งสองจะรวมเข้าด้วยกันและเคลื่อนไปในทิศทางเดียวกันด้วยความเร็วที่เท่ากัน $\vec{v}_f$ ดังภาพที่ 4.14(ขวา) พลังงานจลน์รวมของระบบก่อนชนและหลังชนมีค่าไม่เท่ากัน แต่โมเมนตัมรวมของระบบยังคงตัว ดังนั้นจะได้ $p_i = p_f$ นั่นคือ

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f \tag{4.29}$$

หรือ

$$v_f = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2} \tag{4.30}$$

ตัวอย่างที่ 4.11 รถกะบะคันหนึ่งมวล 1.80×10^3 กิโลกรัม เคลื่อนที่ไปในทิศตะวันออกด้วยความเร็ว $+15.0$ เมตรต่อวินาที พุ่งชนกับรถเก๋งมวล 9.00×10^2 กิโลกรัม ซึ่งกำลังเคลื่อนที่ไปในทิศตะวันตกด้วยความเร็ว -15.0 เมตรต่อวินาที ดังภาพที่ 4.15 แล้วจงหา

ก) อัตราเร็วหลังชน

ข) การเปลี่ยนแปลงความเร็วของรถกระบะและรถเก๋ง

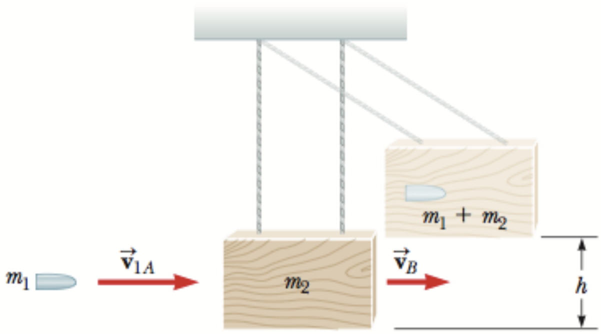
ค) การเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์ของของรถทั้งสอง

ภาพที่ 4.15 สำหรับตัวอย่าง 4.11 (College Physics 9 edit, Serway, 177)

ตัวอย่างที่ 4.12 ยิงลูกปืนมวล $m_1 = 5.00$ กรัม ออกไปในแนวระดับ พุ่งเข้าชนกับแท่งไม้มวล $m_2 = 1.00$ กิโลกรัม ซึ่งแขวนอยู่ในแนวดิ่งด้วยเชือกเบา ลูกปืนฝังเข้าไปในเนื้อไม้และแท่งไม้แกว่งขึ้นไปที่ระดับความสูง $h = 5.00$ เซนติเมตร ดังภาพที่ 4.16 แล้วจงหา

ก) ความเร็วหลังของแท่งไม้และลูกปืนที่ฝังเข้าไปในแท่งไม้

ข) ความเร็วของลูกปืนก่อนชนกับแท่งไม้



ภาพที่ 4.16 สำหรับตัวอย่างที่ 4.12 (Physics 9edit, Serway, 262)

4.7.2 การชนแบบยืดหยุ่น

การชนแบบยืดหยุ่น คือ การชนกันของวัตถุแล้วทั้งโมเมนตัมและพลังงานจลน์รวมของระบบก่อนชนและหลังชนมีค่าเท่ากัน นั่นคือภายหลังการชนกันแล้ววัตถุทั้งสองจะเคลื่อนที่ไปในทิศทางตรงกันข้าม เช่น การชนกันของลูกบิลเลียด การชนกันของโมเลกุลในอากาศ เป็นต้น

ภาพที่ 4.17 การชนแบบยืดหยุ่น (Physics 9 edit, Serway, 258)

ถ้าวัตถุมวล m_1 เคลื่อนที่ชนกับวัตถุมวล m_2 โดยที่ก่อนชนวัตถุทั้งสองมีความเร็วเป็น $\vec{v}_{1i}$ และ $\vec{v}_{2i}$ ตามลำดับ ในทิศทางที่ตรงข้ามกันดังภาพที่ 4.17(ซ้าย) ซึ่งภายหลังการชนกันวัตถุทั้งสองเคลื่อนที่ไปในทิศทางตรงข้ามด้วยความเร็ว $\vec{v}_{1f}$ และ $\vec{v}_{2f}$ ดังภาพที่ 4.17(ขวา) แล้วจากหลักการคงตัวของโมเมนตัมจะได้ $p_i = p_f$ นั่นคือ

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \tag{4.31}$$

จัดรูปสมการ (4.31) ใหม่ เป็น $m_1(v_{1i} - v_{1f}) = m_2(v_{2f} - v_{2i})$ (4.32)

และจากหลักอนุรักษ์อนุรักษ์พลังงานจลน์

$$\frac{1}{2}m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2}m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2f}^2 \tag{4.33}$$

จัดรูปสมการ (4.33) ใหม่ เป็น $m_1(v_{1i}^2 - v_{1f}^2) = m_2(v_{2i}^2 - v_{2f}^2)$

$$m_1(v_{1i} - v_{1f})(v_{1i} + v_{1f}) = m_2(v_{2i} - v_{2f})(v_{2i} + v_{2f}) \tag{4.34}$$

เมื่อหารสมการ (4.34) ด้วย (4.32) แล้ว เราจะได้ $v_{1i} + v_{1f} = v_{2i} + v_{2f}$ หรือ

$$v_{1i} - v_{2i} = -(v_{1f} - v_{2f}) \tag{4.35}$$

จากสมการ (4.31) และ (4.35) เราจะหาความเร็วสุดท้าย(v_{1f} , v_{2f})ของวัตถุทั้งสองในเทอมของความเร็วต้น (v_{1i}, v_{2i}) ได้จาก

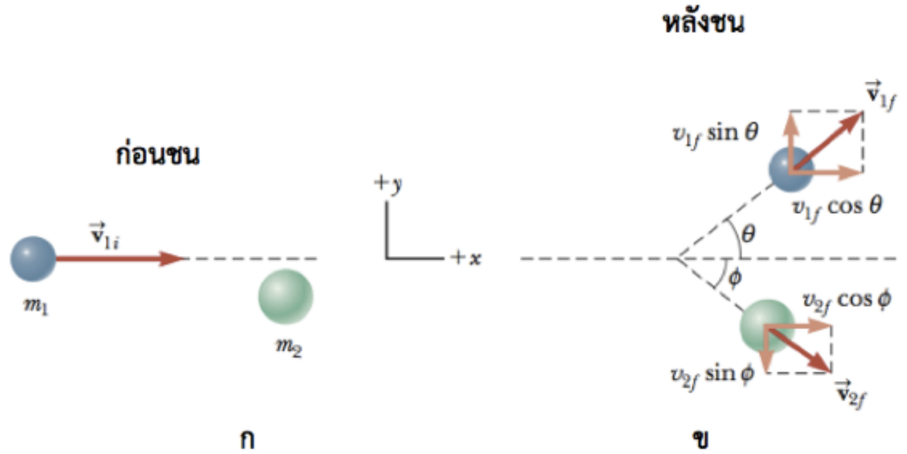
$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{2i} \tag{4.36}$$

$$v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)v_{1i} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right)v_{2i} \tag{4.37}$$

ตัวอย่างที่ 4.13 ถ้าลูกบิลเลียดเหมือนกันสองลูกชนกันแบบยืดหยุ่นสมบูรณ์โดยก่อนชนลูกบิลเลียดทั้งสองมีความเร็วเป็น +0.30 เมตรต่อวินาที และ –0.20 เมตรต่อวินาที แล้วจงหาความเร็วหลังชนของลูกบิลเลียดทั้งสอง โดยไม่คิดแรงเสียดทานและการเคลื่อที่แบบหมุน

4.8 การชนในสองมิติ

ในหัวข้อ 4.6 เราแสดงให้เห็นว่าโมเมนตัมเชิงเส้นรวมของระบบโดดเดี่ยว (ระบบที่ไม่แรงภายนอกมากระทำ) เป็นปริมาณคงตัว หรือเรียกว่าหลักการคงตัวของโมเมนตัมเชิงเส้น ซึ่งเราสามารถประยุกต์หลักการดังกล่าวมาใช้ในการอธิบายการชนกันของวัตถุสองอันในระบบพิกัดฉากสามมิติ ตัวอย่างเช่น การชนกันของลูกบิลเลียดในสองมิติโดยไม่คิดแรงเสียดทานและการเคลื่อนที่แบบหมุน ซึ่งเราจะเขียนสมการองค์ประกอบโมเมนตัมในแนวแกน x และ y ได้เป็น $m_1v_{1xi} + m_2v_{2xi} = m_1v_{1xf} + m_2v_{2xf}$ และ $m_1v_{1yi} + m_2v_{2yi} = m_1v_{1yf} + m_2v_{2yf}$ ตามลำดับ



ภาพที่ 4.19 การชนในสองมิติ (College Physics 9 edit, Serway, 182)

ภาพที่ 4.19 แสดงการชนในสองมิติเมื่อวัตถุมวล m_1 เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v_{1i} เข้าชนกับวัตถุมวล m_2 ซึ่งหยุดนิ่งอยู่ โดยหลังการชนกันแล้ววัตถุมวล m_1 เคลื่อนด้วยความเร็ว v_{1f} ทำมุม θ กับแนวราบและวัตถุมวล m_2 เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v_{2f} ทำมุม ϕ กับแนวราบซึ่งจากหลักการคงตัวของโมเมนตัมจะได้องค์ประกอบโมเมนตัมในแนวแกน x และ y ได้เป็น

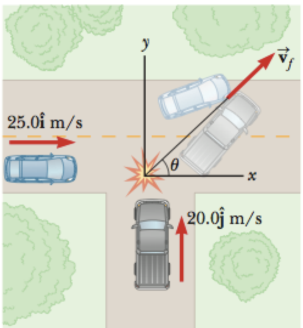
$$p_{xi} = p_{xf} \rightarrow \qquad m_1 v_{1xi} + 0 = m_1 v_{1f}\cos\theta + m_2 v_{2f}\cos\phi \tag{4.38}$$

$$p_{yi} = p_{yf} \rightarrow \qquad 0 + 0 = m_1 v_{1f}\sin\theta - m_2 v_{2f}\sin\phi \tag{4.39}$$

ถ้าการชนเป็นแบบยืดหยุ่นจะได้พลังงานจลน์รวมก่อนและหลังชนมีค่าเท่ากัน นั่นคือ

$$\frac{1}{2}m_1 v_{1i}^2 = \frac{1}{2}m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2f}^2 \tag{4.40}$$

ตัวอย่างที่ 4.15 ถ้ารถเก๋งคันหนึ่งมวล 1.50×10^3 กิโลกรัมเคลื่อนที่ไปทางทิศตะวันออกด้วยอัตราเร็ว 25.0 เมตรต่อวินาที ชนกับรถกระบะมวล 2.50×10^3 กิโลกรัม ซึ่งกำลังเคลื่อนที่ไปทางทิศเหนือด้วยอัตราเร็ว 20.0 เมตรต่อวินาที ดังภาพที่ 4.20 จงหาอัตราเร็วและทิศทางของรถทั้งสองหลังชนกัน ถ้าการชนดังกล่าวเป็นการชนกันแบบยืดหยุ่นสมบูรณ์และไม่คิดแรงเสียดทานระหว่างรถกับถนน



ภาพที่ 4.20 สำหรับตัวอย่างที่ 4.15 (College Physics 9 edit, Serway, 183)

แบบฝึกหัดประจำบทที่ 4

1) ชาวเอสกิโนคนหนึ่งออกแรงขนาด 1.20×10^{2} นิวตัน ลากรถเลื่อนหิมะซึ่งบรรทุกปลา ที่มีน้ำหนักสุทธิ 50.0 กิโลกรัม แล้ว จงหา

1.1) งานที่เกิดจากการออกแรงในแนวราบแล้วรถเลื่อนหิมะเคลื่อนที่ได้ระยะ 5.00 เมตร

1.2) งานที่เกิดจากการรออกแรงทำมุม 30 องศากับแนวราบและรถเลื่อนหิมะเคลื่อนที่ 5.00 เมตร

1.3) ที่ระยะ 12.4 เมตร ชาวเอสกิโมหยุดออกแรงลากรถดังกล่าว และแรงเสียดทานระหว่างหิมะกับรถเลื่อนมีขนาด 45.0 นิวตัน ปรากฏว่ารถเลื่อนหิมะจะไปหยุดนิ่งที่ระยะ 18.2 เมตร แล้วจงหางานที่เกิดจากแรงเสียดทาน

2) ถ้าชายคนหนึ่งออกแรงขนาด 15 นิวตัน ผลักวัตถุมวล 5.0 กิโลกรัม ในแนวระดับ แล้ว จงหาความเร็วของวัตถุหลังจากเคลื่อนที่ไปได้ระยะทาง 4.0 เมตร เมื่อ

2.1) ไม่มีแรงเสียดทานที่พื้น

2.2) มีความเสียดทานที่พื้นซึ่งมีสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ 0.20

3) ลูกบอลมวลมวล 0.50 กิโลกรัม พุ่งเข้าชนกำแพงโดยที่ความเร็ว ก่อนชนเป็น 2.0 เมตรต่อวินาที และหลังชนเป็น 3.0 เมตรต่อวินาที ถ้าช่วงเวลาในการชนเป็น 0.050 วินาที แล้ว

3.1) จงหาการดลเนื่องจากการชน

3.2) ขนาดของแรงดลกระทำต่อลูกบอลดังกล่าว

4) ยิงลูกปืนมวลมวล 5.00 กรัมไปยังแท่งไม้มวล 2.00 กิโลกรัมผูกติดกับสปริงอยู่ในแนวราบ ถ้าสปริงมีค่าคงตัว 600 นิวตันต่อเมตร ปรากฏว่าหลังชนสปริงหดสั้นไป 6.00 เซนติเมตร แล้ว จงหา

4.1) ความเร็วหลังจากลูกปืนฝังเข้าไปในแท่งไม้

4.2) ความเร็วของลูกปืนก่อนชนกับแท่งไม้

5) จงหาความเร็วหลังชนของลูกบอลสองลูกที่มีลักษณะเหมือนกันถ้าลูกบอลทั้งสองเคลื่อนที่เข้าหากันด้วยอัตราเร็ว $v_{2i}=-20$ เมตรต่อวินาที และ $v_{1i}=30$ เมตรต่อวินาที

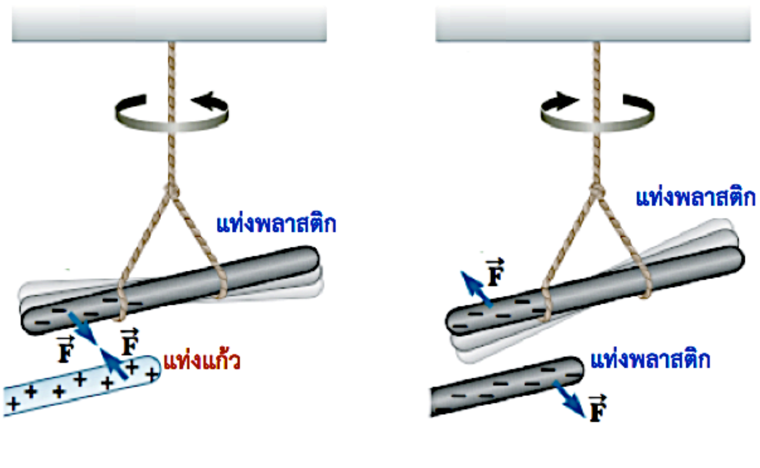
6) ถ้าวัตถุมวล 3.0 กิโลกรัม เคลื่อนที่อยู่ในแนวราบในทิศ $+x$ ด้วยความเร็ว 5.0 เมตรต่อวินาที ชนกับวัตถุมวล 2.0 กิโลกรัมซึ่งเคลื่อนที่อยู่ในทิศ $-y$ ด้วยความเร็ว -3.0 เมตรต่อวินาที แล้ว จงหา องค์ประกอบของความเร็วหลังชน

บทที่ 5
ไฟฟ้าสถิตและไฟฟ้ากระแส
Statistic and Current Electricity

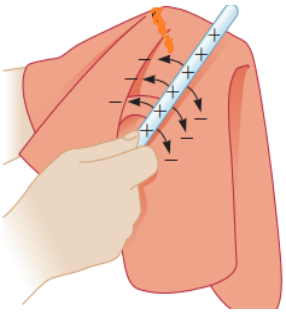
ราวๆ 700 ปี ก่อนครภาพที่สตกาล ธาลิส นักปราชญ์ชาวกรีกได้ทำศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับไฟฟ้า และพบว่าฟอสซิลหรืออำพันที่ขัดถูกับกับขนแกะจะสามารถดูดวัตถุชิ้นเล็กๆ ได้ไม่เฉพาะแต่อำพันกับขนแกะเท่านั้นที่เกิดปรากฏการณ์ดังกล่าว วัตถุที่ไม่ใช่ตัวนำอื่นๆ เมื่อนำมาขัดถูกันก็จะเกิดปรากฏการณ์ดังกล่าวได้ด้วยเช่นกัน ตัวอย่างเช่น หลังจากเราใช้หวีพลาสติกหวีผมของเรา เราจะพบว่าหวีพลาสติกสามารถดูดเศษกระดาษชิ้นเล็กๆ ได้ชั่วคราว นานตราบเท่าที่แรงดึงดูดจากหวีพลาสติกมีค่ามากกว่าแรงโน้มถ่วงของโลก ทั้งนี้การขัดถูวัตถุอื่นๆ เช่น แก้วและพลาสติก ก็มีผลเช่นเดียวกันกับหวีพลาสติกหรือการที่ลูกโป่งที่เราขัดถูแล้วสามารถอยู่ติดผนังห้องได้ นอกจากนี้บางครั้งในวันที่อากาศหนาวและแห้งจัดเมื่อเราไปสัมผัสกับตัวหรือมือของเพื่อน เราจะรู้สึกว่ามีไฟช็อต

5.1 ประจุไฟฟ้า

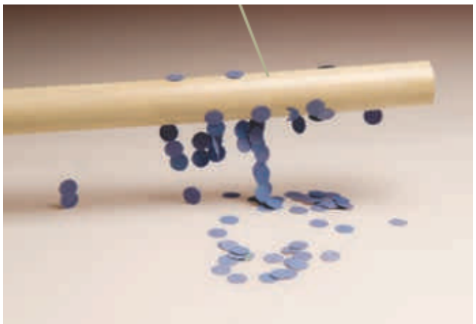
เบนจามิน แฟรงคลิน (1706 - 1790) แบ่งประจุไฟฟ้า (electric charge) ออกเป็น 2 ชนิด คือ ประจุบวก (positive charge) และ ประจุลบ (negative charge) การทดลองง่ายๆ ที่สามารถอธิบายถึงชนิดของประจุไฟฟ้าและแรงทางไฟฟ้าได้ดีคือการนำแท่งพลาสติกหรือแท่งยางแข็งที่ขัดถูด้วยผ้าขนสัตว์แล้วไปแขวนหลังจากนั้นนำแท่งแก้วหรือแท่งพลาสติกซึ่งขัดถูด้วยผ้าขนสัตว์ด้วยเช่นกันเข้าไปไว้ใกล้ๆ กัน ดังภาพที่ 5.1 แล้วจะพบว่า เมื่อนำแท่งแก้วเข้าไปใกล้ๆ กับแท่งพลาสติก แท่งพลาสติกจะถูกดูดให้เคลื่อนที่เข้าหาแท่งแก้ว ดังภาพที่ 5.1(ก) แต่ถ้านำแท่งพลาสติกเข้าไปใกล้ๆ กับแท่งพลาสติก แล้วแท่งพลาสติกที่แขวนอยู่จะถูกผลักให้เคลื่อนที่ออกจากกัน ดังภาพที่ 5.1(ข)



ภาพที่ 5.1 แสดงการทดลองเพื่อสังเกตแรงทางไฟฟ้าของวัตถุที่มีประจุไฟฟ้า



(ก)



(ข)

ภาพที่ 5.2 (ก) การขัดถูให้อิเล็กตรอนจากแท่งแก้วเคลื่อนที่ไปยังผ้าไหม และ (ข) การดูดกระดาษชิ้นเล็กๆ ของแท่งแก้วซึ่งขัดถูกับผ้าขนสัตว์ (College Physics 9 edition, Raymond A. Serway ; 515)

ภาพที่ 5.2(ก) แสดงการขัดถูท่อพีวีซีกับผ้าขนสัตว์เพื่อทำให้อิเล็กตรอน (ประจุลบ) จากผ้าขนสัตว์เคลื่อนที่ไปยังท่อพีวีซีซึ่งทำให้ปริมาณประจุไฟฟ้าสุทธิของท่อพีวีซีมีประจุลบมากกว่าประจุบวก ในขณะเดี่ยวกัน ผ้าขนสัตว์ซึ่งสูญเสียอิเล็กตรอนทำให้ประจุไฟฟ้าสุทธิของผ้าขนสัตว์มีประจุลบมากกว่าประจุบวก ดังนั้นเมื่อนำท่อพีวีซีดังกล่าวเข้าไปใกล้ๆ กระดาษชิ้นเล็กๆ แท่งพีวีซีก็จะดูดกระดาษชิ้นเล็กๆ เหล่านั้นได้ ดังภาพที่ 5.2(ข)

5.2 กฎของคูลอมบ์

ปีคริสตศักราช 1985 ชาร์ล คูลอมบ์ (Charles Coulomb, 1736-1806) นักฟิสิกส์ชาวฝรั่งเศสได้ทำการทดลองเพื่อหาแรงทางไฟฟ้าระหว่างจุดประจุซึ่งหยุดนิ่งสองจุดประจุ (point charge) ใดๆ ซึ่งคูลอมบ์ค้นพบว่า **แรงทางไฟฟ้า (electrostatic force)** หรือ แรงคูลอมบ์ (Coulomb force) เป็นไปตามความสัมพันธ์ ดังนี้

1. ขนาดของแรงจะแปรผันตรงกับขนาดของประจุไฟฟ้า แต่จะแปรผกผันกับกำลังสองของระยะระหว่างประจุไฟฟ้าทั้งสองนั้น
2. ทิศทางของแรงจะอยู่ในแนวเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างประจุไฟฟ้าทั้งสอง
3. ถ้าเป็นประจุไฟฟ้าต่างชนิดกันจะเป็น แรงดึงดูด แต่ถ้าเป็นประจุชนิดเดียวจะเป็นแรงผลักกัน

ซึ่งขนาดของแรงทางไฟฟ้า สามารถเขียนเป็นสมการได้เป็น

$$F_E = k_e \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \qquad (5.1)$$

เมื่อ F_E คือขนาดแรงทางไฟฟ้าหรือแรงคูลอมบ์ มีหน่วยเป็นนิวตัน(N)

$|q_1|, |q_2|$ คือ ขนาดของประจุไฟฟ้า q_1 และ q_2 มีหน่วยเป็น คูลอมบ์ (C)

r คือระยะห่างระหว่างประจุไฟฟ้าทั้งสอง มีหน่วยเป็น เมตร (m)

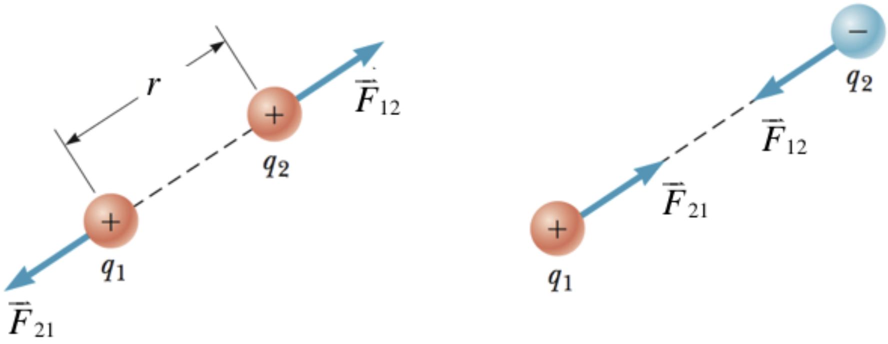
และ k_e คือ ค่าคงตัวของคูลอมบ์ เมื่อ $k_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \approx 9.00 \times 10^9 \ \frac{\mathrm{N\text{-}m^2}}{\mathrm{C^2}}$

เมื่อ $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \frac{\mathrm{C^2}}{\mathrm{N\text{-}m^2}}$ คือ ค่าความซาบซึมได้ทางไฟฟ้าในสุญญากาศ (Vacuum permittivity)

ตารางที่ 5.1 แสดงชนิด สัญลักษณ์ ขนาดของประจุไฟฟ้าและมวลของประจุไฟฟ้า

ชนิด	ขนาดของประจุ (คูลอมบ์)	มวล (กิโลกรัม)
โปรตอน (proton)	$+1.60 \times 10^{-19}$	1.67262×10^{-27}
อิเล็กตรอน(electron)	-1.60×10^{-19}	9.1094×10^{-31}
นิวตรอน(neutron)	0	1.67493×10^{-27}

เมื่อเราใช้กฎแรงของคูลอมบ์ต้องไม่ลืมว่า แรงเป็นปริมาณเวกเตอร์ ดังนั้นต้องระบุทิศทางของแรงด้วยเสมอ ดังภาพที่ 5.3 แสดงทิศทางของแรงคูลอมบ์ของประจุไฟฟ้า ซึ่ง $\overline{F}_{12}$ หมายถึง แรงที่ประจุ q_1 กระทำบนประจุ q_2 และ $\overline{F}_{21}$ หมายถึง แรงที่ประจุ q_2 กระทำบนประจุ q_1 ทั้งนี้ $\overline{F}_{12}$ และ $\overline{F}_{21}$ จะมีขนาดเท่ากันแต่จะมีทิศทางตรงข้ามกัน นั่นคือ $\overline{F}_{12} = -\overline{F}_{21}$ และ $\left|\overline{F}_{12}\right| = \left|\overline{F}_{21}\right|$

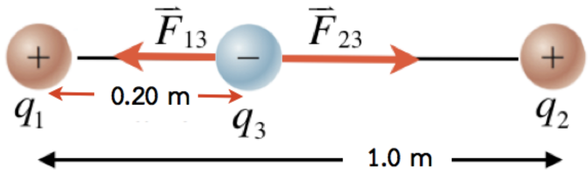


(ก) (ข)

ภาพที่ 5.3 (ก) แรงผลักระหว่างประจุบวกสองประจุ (ข) แรงดึงดูดระหว่างประจุต่างกันสองประจุ (College Physics 9 edition, Raymond A. Serway ; 518)

ตัวอย่างที่ 5.1 ถ้าอิเล็กตรอนและโปรตอนของอะตอมไฮโดรเจนอยู่ห่างกัน 5.3×10^{-11} เมตร แล้วจงหาขนาดของแรงทางไฟฟ้าและแรงโน้มถ่วงสากลที่ประจุทั้งสองกระทำต่อกัน

ตัวอย่างที่ 5.2 จุดประจุสามอันวางอยู่ในแนวเดียวกันมีระยะห่างดังภาพที่ 5.4 เมื่อ $q_1 = 4.0\mu\text{C}$ $q_2 = 6.0\mu\text{C}$ และ $q_3 = -2.0\mu\text{C}$ แล้วจงหาขนาดและทิศทางของแรงลัพธ์ที่กระทำบนประจุ q_3



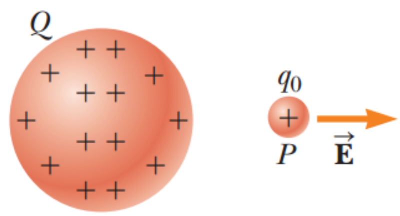
ภาพที่ 5.4 แสดงจุดประจุสามประจุวางอยู่ในแนวแกน x

5.3 สนามไฟฟ้า

สนามไฟฟ้า (Electric Field : $\vec{E}$) คือ แรงทางไฟฟ้าที่ประจุ Q กระทำต่อประจุทดสอบ $+q_0$ หารด้วยประจุทดสอบ q_0 นั้น ดังนั้นสนามไฟฟ้าจึงเป็นปริมาณเวกเตอร์ และในระบบ SI มีหน่วยเป็นนิวตันต่อคูลอมบ์ (N/C)

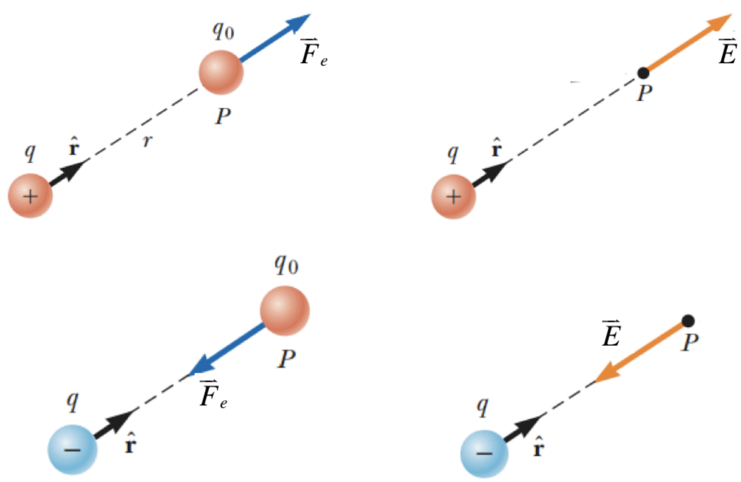
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q_0} \tag{5.2}$$

ภาพที่ 5.5 แสดงสนามไฟฟ้าในบริเวณที่ประจุทดสอบ $+q_0$ วางใกล้ๆ แหล่งกำเนิดสนามไฟฟ้าที่มีขนาดประจุ Q ซึ่งขนาดของแรงทางไฟฟ้า F_E เนื่องจากประจุ Q ที่กระทำต่อ $+q_0$ นั้นจะมีค่ามากหรือน้อยนั้นจะขึ้นอยู่กับขนาดของประจุ Q และระยะห่างระหว่างประจุทั้งสองตามกฎคูลอมบ์ โดยที่ทิศทางของสนามไฟฟ้า $\vec{E}$ นั้น จะขึ้นอยู่กับชนิดของประจุ Q คือ ถ้า Q เป็นประจุบวกแล้วสนามไฟฟ้ามีทิศพุ่งออกจากประจุ Q แต่ ถ้า Q เป็นประจุลบแล้วสนามไฟฟ้าจะมีทิศพุ่งเข้า ดังนั้นสนามไฟฟ้าจึงมีทิศทางเดียวกับแรงทางไฟฟ้า ดังแสดงในภาพที่ 5.6



ภาพที่ 5.5 สนามไฟฟ้าเนื่องจากประจุบวก Q ที่กระทำต่อประจุทดสอบ $+q_0$ ที่จุด P ใดๆ

(College Physics 9 edition, Raymond A. ฐ ; 522)



ภาพที่ 5.6 แสดงแรงทางไฟฟ้าและสนามไฟฟ้าที่ประจุ q กระทำต่อประจุทดสอบ $+q_0$ ที่จุด P ใดๆ

(Physics for Scientists and Engineers 8 edition, Serway&Jewett; 668)

5.3.1 สนามไฟฟ้าจากจุดประจุ

ถ้านำประจุทดสอบ $+q_0$ ไปวางไว้ในจุดที่จุด P ซึ่งอยู่ห่างประจุ q เป็นระยะ r ดังภาพที่ 5.6 แล้วแรงทางไฟฟ้าเนื่องจากประจุ q กระทำต่อประจุทดสอบ $+q_0$ เป็นไปตามกฎของคูลอมบ์ คือ $\vec{F}_E = k_e \dfrac{qq_0}{r^2}\hat{r}$ และจากนิยามของสนามไฟฟ้า $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}_E}{q_0}$

จะได้

$$\vec{E} = k_e \frac{q}{r^2}\hat{r} \tag{5.3}$$

เมื่อ $\hat{r}$ คือ เวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่มีทิศทางจากประจุ q ไปยังประจุทดสอบ $+q_0$ และขนาดของสนามไฟฟ้าหรือความเข้มของสนามไฟฟ้า หาได้จาก

$$E = k_e \frac{|q|}{r^2} \tag{5.4}$$

การหาค่าสนามไฟฟ้าที่จุด P ใดๆ กรณีที่มีประจุ q เป็นจำนวน n ประจุ เราสามารถหาสนามไฟฟ้าลัพธ์ได้โดยการหาสนามไฟฟ้าเนื่องจากแต่ละประจุแล้วนำมารวมกันแบบเวกเตอร์ ดังนี้

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i \tag{5.5}$$

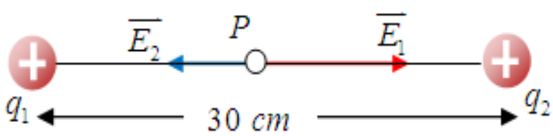
ตัวอย่างที่ 5.3 จงหาขนาดของแรงทางไฟฟ้าที่เกิดขึ้นบนโปรตอนตัวหนึ่งซึ่งวางอยู่ในสนามไฟฟ้าขนาด 5.0×10^3 นิวตันต่อคูลอมบ์ ในทิศแนวแกน $+x$

วิธีทำ โปรตอนเป็นประจุบวกมีขนาดของประจุไฟฟ้าเป็น 1.6×10^{-19} คูลอมบ์

จากขนาดของสนามไฟฟ้า $E = \dfrac{F}{q_0}$

จะได้แรงทางไฟฟ้า $F = q_0 E = 1.6\times10^{-19}\,\mathrm{C}\left(5.0\times10^3\,\dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}\right) = 8.0\times10^{-16}\ \mathrm{N}$

ตัวอย่างที่ 5.4 ประจุบวก $q_1 = 8.0$ ไมโครคูลอบ์ และประจุบวก $q_2 = 6.0$ ไมโครคูลอบ์วางอยู่ในแนวเดียวกันและห่างกันระยะ 30 เซนติเมตร จงหาสนามไฟฟ้าลัพธ์ขนาดและทิศทางของสนามไฟฟ้าลัพธ์ที่จุด P ซึ่งอยู่ที่กึ่งกลางของประจุทั้งสอง ดังภาพที่ 5.7

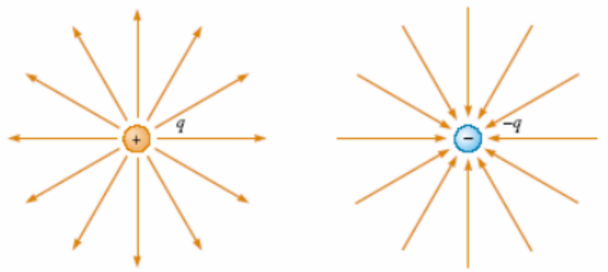


ภาพที่ 5.7 แสดงสนามไฟฟ้าจากประจุบวกสองประจุ

5.3.2 เส้นสนามไฟฟ้า

เพื่อให้ง่ายในการมองเห็นภาพของสนามไฟฟ้า ไมเคิล ฟาราเดย์ ได้เขียนเส้นตามทิศทางของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าของแต่ละจุดและเรียกเส้นเหล่านี้ว่า เส้นแรงไฟฟ้า แต่ปัจจุบันจะเรียกว่า เส้นสนามไฟฟ้า ซึ่งความสัมพันธ์ระหวางเส้นสนามกับเวกเตอร์สนามเป็นดังนี้

1 ทิศของเส้นสัมผัสของเส้นสนามที่จุดใดๆ คือ ทิศของเวกเตอร์สนามนั้นๆ
2 จำนวนของเส้นต่อหน่วยพื้นที่ผิวที่ตั้งฉากกับเส้นทั้งหมดจะแปรผันตามขนาดของสนามในบริเวณนั้น นั่นคือ บริเวณที่มีเส้นสนามอยู่ชิดกันมากจะมีค่าสนามมากกว่าบริเวรที่มีสนามอยู่ห่างกัน

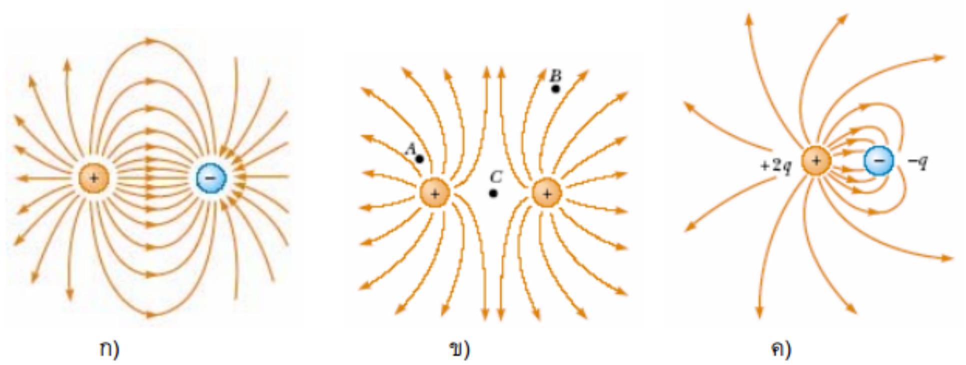


ภาพที่ 5.8 แสดงเส้นสนามไฟฟ้าจากประจุบวก และประจุลบ

(College Physics 9 edition, Raymond A. Serway ; 527)

กฎในการเขียนเส้นสนามโดยทั่วๆ ไป มีดังนี้

1. เส้นจะเริ่มจากประจุบวกไปสิ้นสุดที่ประจุลบ
2. จำนวนเส้นที่ออกจากประจุบวกหรือเส้นที่ไปที่ประจุลบจะแปรผันตรงกับขนาดของประจุ
3. เส้นสนามจะไม่ตัดกัน

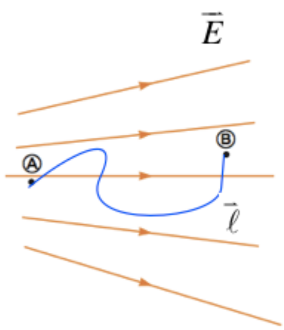


ภาพที่ 5.9 แสดงเส้นสนามไฟฟ้าของ (ก) ประจุต่างชนิดกันแต่ที่มีขนาดเท่ากัน (ข) ประจุชนิดเดียวกันและมีขนาดเท่ากัน และ(ค) ประจุต่างชนิดกันและมีขนาดไม่เท่ากัน

5.4 ศักย์ไฟฟ้า

เมื่อนำประจุทดสอบ q_0 ไปวางไว้ในสนามไฟฟ้า $\overline{E}$ ซึ่งอาจจะมีขนาดและทิศทางที่ไม่คงตัว จะเกิดแรงทางไฟฟ้า $\overline{F}_E$ ขนาดเท่ากับ q_0E กระทำต่อประจุทดสอบ ทำให้ประจุทดสอบ q_0 เคลื่อนที่ด้วยความเร่งในทิศของสนามไฟฟ้าและงานที่เกิดจากประจุทดสอบ q_0 เคลื่อนที่จากจุด A ไปยังจุด B

หาได้จาก $$W_{AB} = -q_0\int_A^B \overline{E}\bullet d\overline{\ell}$$



ภาพที่ 5.10 การเคลื่อนที่ของประจุ q_0 จากจุด A ไปยังจุด B ตามเส้นทาง $\vec{\ell}$ ภายใต้สนามไฟฟ้าขนาดและทิศทางไม่คงตัว (Physics for Scientists and Engineers 8 edition, Serway&Jewett; 712)

5.4.1 ศักย์ไฟฟ้าหรือความต่างศักย์

ศักย์ไฟฟ้า (electric potentail หรือ potential ; ΔV) เป็นปริมาณสเกลาร์ มีหน่วยเป็นโวลต์ หรือ จูลต่อคูลอมบ์ หมายถึง งานที่ทำให้ประจุบวกขนาดหนึ่งหน่วยเคลื่อนที่จากจุด A ไปยังจุด B

$$\Delta V = \frac{W_{AB}}{q_0} = -\int_A^B \vec{E} \bullet d\vec{\ell} \qquad (5.6)$$

เรียกจุด A ว่า จุดอ้างอิง ถ้าเลื่อนจุด A ไปที่ระยะอนันต์ ($A \to \infty$) จะได้

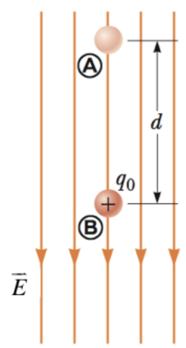
$$\Delta V = -\int_{\infty}^{B} \vec{E} \bullet d\vec{\ell} \qquad (5.7)$$

จากสมการ (5.7) ศักย์ไฟฟ้า คือ งานที่ทำให้ประจุบวกขนาดหนึ่งหน่วย เคลื่อนที่จากระยะอนันต์ถึงจุด B หรือความต่างศักย์ที่จุด B เทียบกับตำแหน่งที่มีศักย์ไฟฟ้าเป็น ศูนย์

5.4.2 ความต่างศักย์ไฟฟ้าในสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ

พิจารณาภาพที่ 5.11 กำหนดให้สนามไฟฟ้ามีทิศพุ่งลงในแนว $-y$ จากจุด A ไปยังจุด B ซึ่งอยู่ห่างกันเป็นระยะ d แล้ว ความต่างศักย์ไฟฟ้าที่จุด B เทียบกับจุด A หาได้จาก

$$\Delta V = V_B - V_A = -Ed \qquad (5.8)$$



เครื่องหมายลบ (-) แสดงว่าจุด B อยู่ต่ำกว่าจุด A หรือ $V_B < V_A$ และสนามไฟฟ้า $\vec{E}$ จะมีทิศชี้ไปในแนวที่มีค่าความต่างศักย์มีค่าน้อยเสมอ

ภาพที่ 5.11 การเคลื่อนประจุบวก q_0 จากจุด A ไปยัง B ไปตามแนวแกน $-y$ ภายใต้สนามไฟฟ้าที่มีขนาดและมีทิศทางคงตัว (Physics for Scientists and Engineers 8 edition, Serway&Jewett; 713)

ตัวอย่างที่ 5.5 จงหาขนาดของสนามไฟฟ้าที่เกิดจากการต่อแผ่นตัวนำ 2 แผ่นซึ่งวางขนานกันและอยู่ห่างกัน 40 มิลลิเมตร เข้าแบตเตอรี่ขนาด 12 โวลต์

5.4.3 ศักย์ไฟฟ้าจากจุดประจุ

ถ้าจุด A และ B อยู่ห่างจากประจุ $+q$ เป็นระยะ r_A และ r_B ตามลำดับ ดังภาพที่ 5.12 เมื่อประจุ $+q$ เลื่อนจากจุด A ไปยังจุด B แล้วงานที่เกิดขึ้น (ความต่างศักย์ไฟฟ้า) หาได้จาก

$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \overline{E}\cdot d\overline{\ell} \quad \text{ซึ่ง} \quad \overline{E} = \frac{k_e q}{r^2}\hat{r}$$

ดังนั้นจะได้ $$\overline{E}\cdot d\overline{\ell} = \frac{k_e q}{r^2}\hat{r}\cdot d\overline{\ell}$$

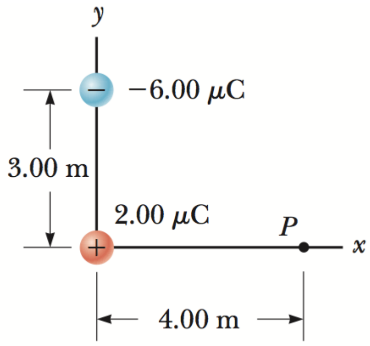
และเนื่องจาก $\hat{r}$ มีขนาดเท่ากับ และ $\hat{r}\cdot d\overline{\ell} = d\ell\cos\theta$ เมื่อ θ คือมุมระหว่าง $\hat{r}$ และ $d\overline{\ell}$ และจากภาพที่ 5.12 จะเห็นได้ว่า $d\ell\cos\theta = dr$ ดังนั้นจะได้

$$\Delta V = V_B - V_A = -k_e q\int_{r_A}^{r_B}\frac{dr}{r^2} = k_e q\frac{1}{r}\bigg|_{r_A}^{r_B} = \frac{k_e q}{r_B} - \frac{k_e q}{r_A}$$

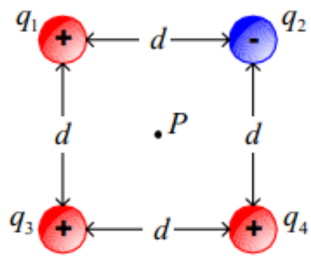
ถ้าให้ r_A อยู่ห่างเป็นระยะอนันต์ (∞) จะได้ ศักย์ไฟฟ้าที่จุด A มีค่าเท่ากับ ศูนย์ $(V_A = 0)$ และศักย์ไฟฟ้าที่จุด B คือ $V_B = \frac{k_e q}{r_B}$ ดังนั้นศักย์ไฟฟ้าจึงเขียนอยู่ในรูปทั่วไปได้เป็น

$$\Delta V = \frac{k_e q}{r} \tag{5.9}$$

ตัวอย่างที่ 5.6 จากรูป จงหาศักย์ไฟฟ้าที่จุด P ซึ่งอยู่ที่ (4.00, 0) เมตร



ตัวอย่างที่ 5.7 จุดประจุ $q_1 = +10nC,\ q_2 = -20nC,\ q_3 = +30nC$ และ $q_4 = +15nC$ วางอยู่ที่มุมทั้งสี่ของสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านแต่ละด้านยาว $\sqrt{2}$ เมตร จงหาศักย์ไฟฟ้าที่จุด P ซึ่งเป็นจุดกึ่งกลางของรูปสี่เหลี่ยม ดังรูป



5.5 ไฟฟ้ากระแสตรง

5.5.1 กระแสไฟฟ้า

กระแสไฟฟ้า (Electric current, I) คือ อัตราการเคลื่อนที่ของประจุที่ไหลผ่านพื้นที่หน้าตัด A ในช่วงเวลา t มีหน่วยเป็น แอมแปร์ (A) หรือคูลอมต่อวินาที เขียนเป็นสมการได้เป็น

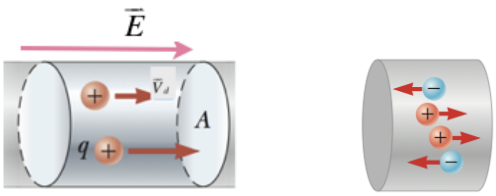
$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} \tag{5.10}$$

โดยทั่วไปแล้วกระแสไฟฟ้าในตัวนำเกิดจากการเคลื่อนที่ของประจุลบหรืออิเล็กตรอน เมื่อต่อลวดตัวนำที่มีพื้นที่หน้าตัด A กับแหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสตรงจะมีสนามไฟฟ้าในทิศทางจากขั้วบวกไปยังขั้วลบทำให้อิเล็กตรอนจำนวน n ตัว เคลื่อนที่สวนทางกับสนามไฟฟ้าด้วยความเร็วลอยเลื่อน $\vec{V}_d$ (drift speed) ผ่านพื้นที่หน้าตัด A ในช่วงเวลา dt อิเล็กตรอนแต่ละตัว ซึ่งมีประจุไฟฟ้า e จะเคลื่อนที่ได้เป็นระยะ $V_d dt$ ดังนั้นจะได้ dq เท่ากับจำนวนอิเล็กตรอนที่อยู่ในปริมาตร $AV_d dt$

$$dq = neV_d A dt \tag{5.11}$$

ดังนั้นจะได้กระแสไฟฟ้า

$$I = neV_d A \tag{5.12}$$



ภาพที่ 5.12 การเคลื่อนที่ของประจุบวกและประจุลบเคลื่อนที่ผ่านพื้นที่หน้าตัด A ในช่วงเวลา dt (Physics for Scientists and Engineers 8 edition, Serway&Jewett; 773)

ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า (Current density ; J) คือ ปริมาณกระแสไฟฟ้า (กรณีที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของประจุบวก) เคลื่อนที่ไปในทิศเดียวกับสนามไฟฟ้า $\vec{E}$ ผ่านพื้นที่หน้าตัดของตัวนำ การหาปริมาณกระแสไฟที่ไหลผ่านพื้นที่เล็กๆ dA ซึ่งมี $d\vec{A}$ เป็นเวกเตอร์ของพื้นที่ มีทิศพุ่งออกและตั้งฉากกับพื้นที่ dA นั้นๆ สามารถหาได้จาก $I = \int \vec{J} \cdot d\vec{A}$ ถ้ากระแสที่ไหลผ่านพื้นที่หน้าตัด A ของตัวนำมีความสม่ำเสมอ จะได้ความหนาแน่นของกระแสเป็น

$$J = \frac{I}{A} \tag{5.13}$$

ดังนั้น ความหนาแน่นของกระแสไฟฟ้า จึงมีหน่วยเป็น แอมแปร์ต่อตารางเมตร (A/m^2) และจากสมการ (5.11) - (5.13) เราสามารถหาค่าความหนาแน่นของกระแสไฟฟ้าที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของประจุบวก ได้เป็น

$$J = neV_d \tag{5.14}$$

ตัวอย่างที่ 5.8 ถ้าให้กระแสไฟฟ้าขนาด 126 มิลลิแอมแปร์ แก่ลวดทองแดงเส้นหนึ่งซึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 40.0 มิลลิเมตร จงหาความหนาแน่นของกระแสและความเร็วลอยเลื่อนของอิเล็กตรอนในลวดเส้นนี้ (กำหนดให้ในเส้นลวดมีอิเล็กตรอนจำนวน 5.00×10^{20} ตัว และ $\pi = 3.14$)

5.6 ความต้านทานไฟฟ้า

5.6.1 สภาพนำไฟฟ้าและสภาพต้านทานไฟฟ้า

ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า $\vec{J}$ ในตัวนำเป็นสัดส่วนโดยตรงกับขนาดของสนามไฟฟ้า $\vec{E}$ นั่นคือ $J = \sigma E$ เมื่อค่าคงตัว σ คือ สภาพนำไฟฟ้า (electrical conductivity) ของตัวนำมีหน่วยเป็นซีเมนต่อเมตร ดังนั้นถ้าให้กระแสไฟฟ้า I แอมแปร์ ไหลผ่านลวดตัวนำที่มีพื้นที่หน้าตัด A ตารางเมตร ยาว ℓ เมตร และลวดมีความต้านทานไฟฟ้า R โอห์ม เราจะได้

$$R = \frac{\ell}{\sigma A} \tag{5.15}$$

หรือ

$$R = \rho\frac{\ell}{A} \tag{5.16}$$

เมื่อ $\rho = \dfrac{1}{\sigma}$ คือ สภาพต้านทานไฟฟ้า (resistivity) มีหน่วยเป็น โอห์ม-เมตร $(\Omega - m)$

สภาพต้านทานไฟฟ้าของวัสดุต่างมีความแตกต่างกันไปขึ้นอยู่กับชนิดของสสารและในโลหะสภาพต้านทานจะแปรผันตามอุณหภูมิด้วย โดยค่าความต้านทานจะสูงขึ้นเมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้น ในขณะที่สภาพต้านทานของวัสดุที่เป็นอโลหะจะมีค่าลดลงเมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้น

ตารางที่ 5.2 แสดงค่าสภาพต้านทานไฟฟ้าของสสสารต่างๆ ที่อุณหภูมิ 20 องศาเซลเซียส

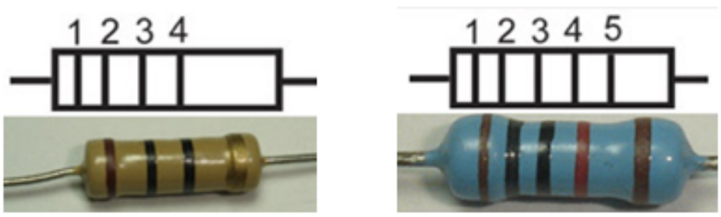
สสสาร	สภาพต้านทานไฟฟ้า(Ω-m)	สสสาร	สภาพต้านทานไฟฟ้า(Ω-m)
เงิน	$1.62\text{x}10^{-8}$	พลาทินัม	$1.06\text{x}10^{-7}$
ทองแดง	$1.69\text{x}10^{-8}$	ตะกั่ว	$2.10\text{x}10^{-7}$
อลูมิเนียม	$2.75\text{x}10^{-8}$	แมกานิน	$4.82\text{x}10^{-7}$
ทังสเตน	$5.25\text{x}10^{-8}$	ซิลิกอนบริสุทธิ์	$2.5\text{x}10^{3}$
เหล็ก	$9.68\text{x}10^{-8}$	แก้ว	10^{10}-10^{14}

(College Physics 9 edition, Raymond A. Serway ; 598)

ตัวอย่างที่ 5.9 จงหาความต้านทานของลวดทองแดงเส้นหนึ่ง มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 14.0 ไมโครเมตร ยาว 150 เซนติเมตร (สภาพความต้านทานของทองแดงที่ 20 ^{0}C เท่ากับ $1.69\times10^{-8}\,\Omega$-$m$)

5.6.2 ตัวต้านทาน

ตัวต้านทาน(Resistor) คืออุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ที่ทำหน้าที่ต้านการไหลของกระแสไฟฟ้า ในวงจรไฟฟ้า มีหน่วยเป็น โอห์ม (Ω) และเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์



ภาพที่ 5.13 แสดงตัวทานที่ทำจากคาร์บอนชนิด 4 แถบสี และ 5 แถบสี

5.6.3 สีและค่าความต้านทาน

การอ่านค่าความต้านทานจากตัวต้านทานชนิด 4 แถบสี จากภาพที่ 5.13(ซ้าย) เราจะอ่านค่าของแถบสีตามตารางที่ 5.3 โดยอ่านค่าของสองแถบสีแรก (หมายเลข 1 ,2) ติดกัน เป็นตัวเลข และแถบสีต่อมา (หมายเลข 3) แทนจำนวนเลข 0 ที่อยู่ต่อจากสองแถบสีแรกหรือตัวคูณและแถบสีสุดท้าย (หมายเลข 4) แทน ค่าความคลาดเคลื่อน ซึ่งส่วนใหญ่มักเป็นสีทอง (ค่าผิดพลาด 5%) ซึ่งจะอยู่ห่างจากแถบสีอื่นๆ

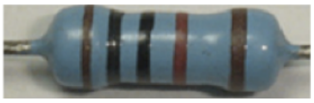
การอ่านค่าความต้านทานของตัวต้านทานชนิด 5 แถบสี จากภาพที่ 5.13(ขวา) เราจะอ่านค่าของแถบสีตามตารางที่ 5.3 โดยอ่านค่าของสามแถบสีแรก (หมายเลข 1 ,2 , 3) ติดกันเป็นตัวเลข และแถบสีต่อมา (หมายเลข 4) แทนจำนวนเลข 0 ที่อยู่ต่อจากสามแถบสีแรกหรือตัวคูณ และแถบสีสุดท้าย (หมายเลข 5) แทน ค่าความคลาดเคลื่อน

ตารางที่ 5.3 แสดงแถบสี และค่าของแถบสีของตัวต้านทาน

รหัสสี	**ค่าของแถบ**	**ตัวคูณ**	**ค่าความคลาดเคลื่อน**
ดำ	0	1	-
น้ำตาล	1	10	1%
แดง	2	100	2%
ส้ม	3	1000	-
เหลือง	4	10000	-
เขียว	5	100,000	-
น้ำเงิน(ฟ้า)	6	1,000,000	-
ม่วง	7	-	
เทา	8	**0.1 (ทอง)**	5% (ทอง)
ขาว	9	**0.01(เงิน)**	10% (เงิน)

ตัวอย่างที่ 5.10 จงหาค่าความต้านทานของตัวต้านทานชนิด 4 แถบสี น้ำตาล ดำ ดำ ทอง และตัวต้านทานชนิด 5 แถบสี น้ำตาล ดำ ดำ แดง น้ำตาล ดังรูป

(ก)



(ข)

5.7 กฎของโอห์ม

จอร์จ ซีมอน โอห์ม (Georg Simon Ohm ; 1787-1854) นักวิทยาศาสตร์ชาวเยอรมันสรุปความสัมพันธ์ของความต่างศักย์ไฟฟ้ากับกระแสไฟฟ้าในตัวนำไว้ว่า กระแสไฟฟ้าจะแปรผันตรงกับแรงดันไฟฟ้า $I \propto V$ ซึ่งที่อุณหภูมิคงที่ "อัตราส่วนระหว่างความต่างศักย์ที่ปลายทั้งสองของตัวนำและกระแสไฟฟ้าที่ไหลในตัวนำจะมีค่าคงที่" โดยเขียนเป็นสมการได้เป็น

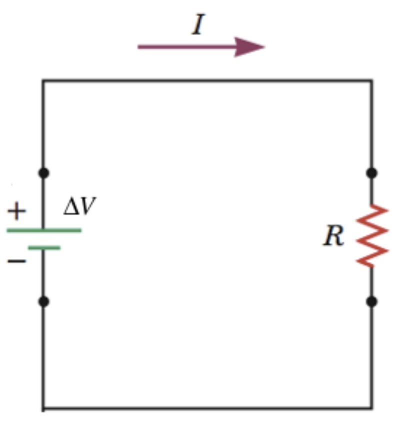
$$\frac{\Delta V}{I} = \text{constant} = R \qquad (5.17)$$

เมื่อ ΔV คือ ความต่างศักย์ไฟฟ้า มีหน่วยเป็น โวลต์ (V)
I คือ กระแสไฟฟ้า มีหน่วยเป็น แอมแปร์ (A)
R คือ ความต้านทานไฟฟ้า มีหน่วยเป็น โอห์ม (Ω)

5.8 วงจรไฟฟ้าอย่างง่าย

วงจรไฟฟ้ากระแสตรงอย่างง่ายประกอบด้วยตัวต้านทาน R ต่อกับแหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสตรง เช่น ถ่านไฟฉาย หรือเบตเตอรี ที่มีความต่างศักย์ ΔV ดังแสดงในภาพที่5.14 เราสามารถหาค่ากระแสไฟฟ้า I ที่ไหลในวงจรได้โดยใช้กฎของโอห์ม และการต่อตัวต้านทานในวงจรไฟฟ้าแบ่งได้เป็น 3 แบบ คือการต่อแบบอนุกรม แบบขนาน และแบบผสม

$$I = \frac{\Delta V}{R} \qquad (5.18)$$

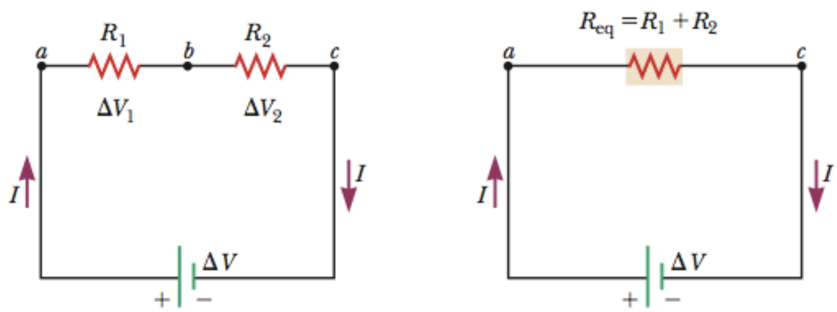


ภาพที่ 5.14 แสดงการวงจรไฟฟ้าอย่างง่าย
(College Physics 9 edition, Raymond A. Serway ; 601)

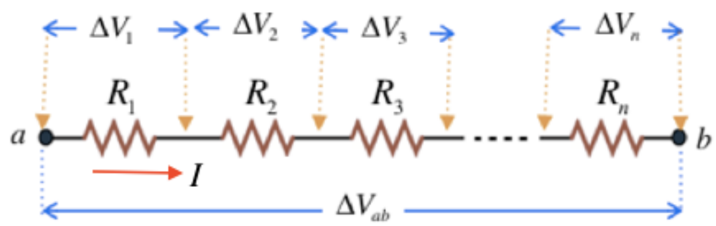
5.8.1 วงจรตัวต้านทานแบบอนุกรม

ตัวต้านทานสองตัวต่อกันแบบอนุกรมและต่ออยู่กับแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสตรง ΔV ดังภาพที่ 5.15 กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานทั้งสองตัวจะมีค่าเท่ากัน I โดยที่แรงดันตกคร่อมตัวต้านทาน R_1 และ R_2 เป็น ΔV_1 และ ΔV_2 ตามลำดับ ซึ่งจะได้ $\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$ นั่นคือ $IR_{eq} = IR_1 + IR_2$ ดังนั้น จะได้ค่าความต้านทานรวม R_{eq} ของวงจรจาก

$$R_{eq} = R_1 + R_2 \tag{5.19}$$



ภาพที่ 5.15 แสดงการต่อตัวต้านทานแบบอนุกรมและแรงดันตกคร่อมตัวต้านทาน
(College Physics 9 edition, Raymond A. Serway ; 618)



ภาพที่ 5.16 แสดงการต่อตัวต้านทานแบบอนุกรมและแรงดันตกคร่อมตัวต้านทานแต่ละตัว

เนื่องจากกระแสไฟฟ้า I ที่ไหลผ่านตัวต้านทานแต่ละตัวที่ต่อกันแบบอนุกรม ดังภาพที่ 5.16 นั้น จะมีค่าเท่ากัน แต่แรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวต้านทาน R_i แต่ละตัวนั้นจะขึ้นอยู่กับค่าความต้านทาน ซึ่งหาค่าได้จาก $\Delta V_i = IR_i$ เมื่อ $i = 1, 2, 3, \ldots n$ ดังนั้นแรงดันไฟฟ้ารวม ΔV_{ab}

$$\Delta V_{ab} = \sum_{i=1}^{n} \Delta V_i = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3 + \ldots + \Delta V_n \tag{5.20}$$

ซึ่งจะได้ว่า $IR_{eq} = I\sum_{i=1}^{n} R_i = IR_1 + IR_2 + IR_3 + \ldots + IR_n$

ดังนั้นความต้านทานรวม R_{eq} จึงหาได้จาก

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^{n} R_i = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_n \tag{5.21}$$

ตัวอย่างที่ 5.11 จงหาความต้านทานรวม กระแสไฟฟ้าที่ไหลในวงจรและแรงดันตกคร่อมตัวต้านทานแต่ละตัวของวงจรไฟฟ้าที่มีตัวต้านทาน $R_1 = 500\Omega$ และ $R_2 = 1.50k\Omega$ ต่อกันแบบอนุกรมและต่อกับแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสตรงที่มีแรงดันไฟฟ้า $\Delta V = 12$ โวลต์

5.8.2 วงจรตัวต้านทานแบบขนาน

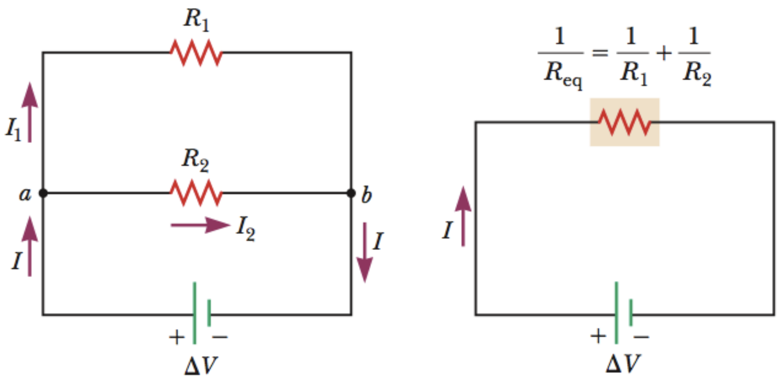
วงจรไฟฟ้าที่ประกอบด้วยตัวต้านทานสองตัวต่อกันแบบขนานซึ่งต่ออนุกรมกับแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสตรง ΔV ดังภาพที่ 5.17 นั้น แรงดันตกคร่อมตัวต้านทานทั้งสองจะมีค่าเท่ากันซึ่งมีค่าเท่ากับ ΔV นั่นคือ $\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$ ในขณะที่แต่กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานแต่ละตัวมีค่าเป็น I_1 และ I_2 และกระแสไฟฟ้ารวม $I = I_1 + I_2$

ดังนั้นจะได้ $\dfrac{\Delta V}{R_{eq}} = \dfrac{\Delta V_1}{R_1} + \dfrac{\Delta V_2}{R_2}$ ซึ่งจะค่าความต้านทานรวม R_{eq} ของวงจรเป็น

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \tag{5.22}$$

หรือ

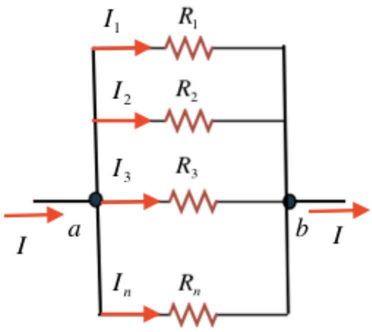
$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \tag{5.23}$$



ภาพที่ 5.17 แสดงการต่อตัวต้านทานแบบขนานและกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานแต่ละตัว (College Physics 9 edition, Raymond A. Serway ; 621)

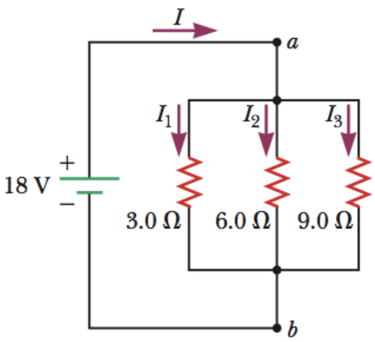
ภาพที่ 5.18 แสดงการต่อตัวทานแบบขนาน และจากแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวต้านแต่ละตัวที่ต่อกันแบบขนานจะมีค่าเท่ากันเสมอ นั่นคือ $\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V_3 = \Delta V$ ดังนั้นกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน R_i จึงหาได้จาก $I_i = \dfrac{\Delta V}{R_i}$ และกระแสไฟฟ้ารวมหาได้จาก $I = \dfrac{\Delta V}{R_{eq}}$ หรือ $I = I_1 + I_2 + I_n + \ldots + I_n$ จะได้ $\dfrac{\Delta V}{R_{eq}} = \dfrac{\Delta V}{R_1} + \dfrac{\Delta V}{R_2} + \dfrac{\Delta V}{R_3} + \ldots + \dfrac{\Delta V}{R_n}$ ดังนั้นความต้านทานรวม R_{eq} จึงหาได้จาก

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n} \tag{5.24}$$



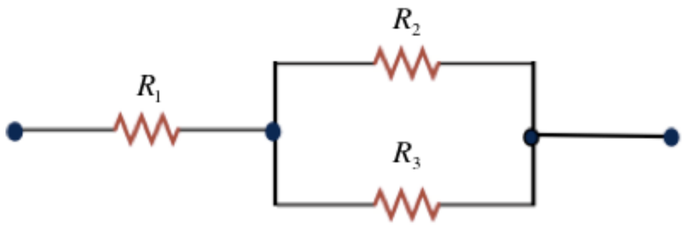
ภาพที่ 5.18 แสดงการต่อตัวต้านทาน n ตัว แบบขนาน

ตัวอย่างที่ 5.12 ตัวต้านทานสามตัว $R_1 = 3.0\Omega$ $R_2 = 6.0\Omega$ และ $R_3 = 9.0\Omega$ ต่อกันแบบขนานและต่ออยู่กับแหล่งจ่ายไฟฟ้าขนาด 18 โวลต์ ดังรูปจงหา ก) ความต้านทานรวมและกระแสไฟฟ้ารวม ข) กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานแต่ละตัว



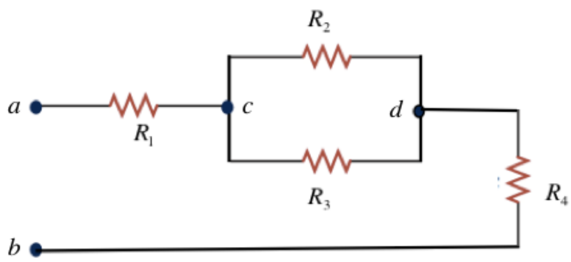
5.8.3. วงจรตัวต้านทานแบบผสม

การต่อตัวต้านทานแบบผสม คือการต่อตัวต้านทานทั้งแบบอนุกรมและแบบขนานรวมกัน ดังนั้นในการหาค่ากระแสไฟฟ้า แรงดันไฟฟ้านั้นทำได้โดยใช้วิธีการทั้งสองวิธีที่กล่าวข้างต้น



ภาพที่ 5.19 ตัวอย่างการต่อตัวต้านทานแบบผสม

ตัวอย่างที่ 5.13 จงหาค่าความต้านทานรวมของวงจรไฟฟ้าประกอบด้วยตัวต้านทาน $R_1 = 500\Omega$ $R_2 = 2.00k\Omega$ $R_3 = 2.00k\Omega$ และ $R_3 = 2.50k\Omega$ ต่อกันแบบผสม ดังรูป



5.8.4 กำลังไฟฟ้า

ในการศึกษาเกี่ยวกับวงจรไฟฟ้ากระแสตรงนั้นนอกจากต้องการทราบค่าของกระแสไฟฟ้าที่ไหลในวงจรและแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวต้านทานแต่ละตัวแล้ว เรายังต้องทราบถึงกำลังไฟฟ้าที่ตัวต้านทานหรืออุปกรณ์ทางไฟฟ้าต่างๆ อีกด้วย

กำลังไฟฟ้า (Electric Power; P) คือ งานทางไฟฟ้าต่อหนึ่งหน่วยเวลามีหน่วยเป็น วัตต์ (W) เมื่อ ประจุ dq เคลื่อนที่ผ่านตัวนำที่มีความต่างศักย์ ΔV จะเกิดงาน dw ซึ่ง $dw = \Delta V dq$ ดังนั้นจะได้กำลังไฟฟ้า $P = \dfrac{dw}{qt} = \dfrac{\Delta V dq}{qt} = I\Delta V$

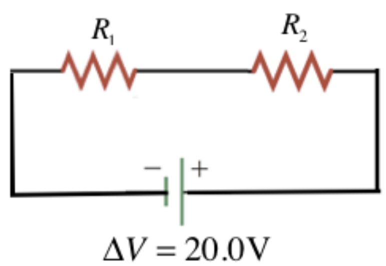
$$P = IV \tag{5.25}$$

และจากกฎของโอหฺม $V = IR$ ดังนั้น กำลังไฟฟ้าที่ตัวต้านทานใดๆ จึงหาได้จาก

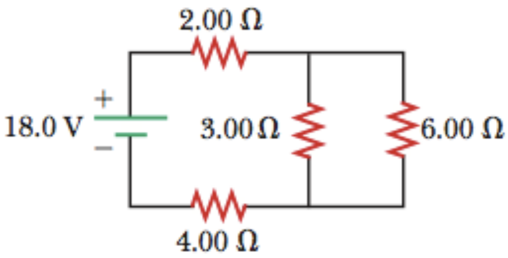
$$P = I^2R \quad \text{หรือ} \quad P = \frac{V^2}{R} \tag{5.26}$$

ตัวอย่างที่ 5.14 วงจรไฟฟ้าประกอบด้วย $R_1 = 50.0\Omega$ และ $R_2 = 150\Omega$ ต่อกันแบบอนุกรมและต่อเข้ากับแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสตรงขาด 20 โวลต์ ดังรูป จงหา

ก) กระแสไฟฟ้ารวม ข) กำลังไฟฟ้ที่ตัวต้านทานแต่ละตัว



ตัวอย่างที่ 5.15 จากภาพ จงหา ก) ความต้านรวมและกระแสไฟฟ้ารวม ข) แรงดันไฟฟ้าตกคร่อมตัวต้านทาน 6.00 โอห์ม ค) กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน 3.00 โอห์ม และ ง) กำลังไฟฟ้าที่ตัวต้านทาน 3.00 โอห์ม



5.9 กฎของเคิร์ชฮอฟฟ์

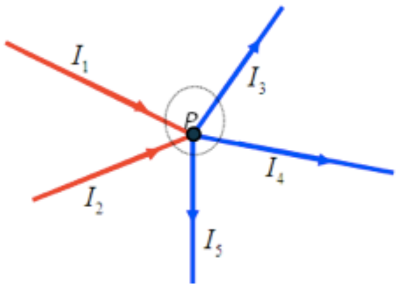
เนื่องจากวงจรไฟฟ้าส่วนใหญ่มีความซับซ้อนสูงและกฎของโอห์มไม่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหาได้ แต่อย่างไรก็ตาม ช่วงปี ค.ศ. 1824-1887 กุสตาฟ โรเบิร์ต เคิร์ชฮอฟฟ์ (Krichhoff) นักวิทยาศาสตร์ชาวเยอรมันได้คิดค้นวิธีการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าที่เป็นเครื่อข่ายที่ซับซ้อนมีแหล่งจ่ายไฟฟ้าหลายๆ ชุด และในเวลาต่อมามาได้ตั้งเป็นกฎเพื่อใช้ในการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าเรียกว่า“กฎของเคิร์ชฮอฟฟ์” ซึ่งประกอบด้วยกฎ 2 ข้อ คือ กฎกระแสไฟฟ้าและกฎแรงดันไฟฟ้า

5.9.1 กฎกระแสของเคิร์ชฮอฟฟ์

กฎกระแสของเคิร์ชฮอฟฟ์ (Kirchhoff’s Current Law) หรือเรียกว่า KCL จะกล่าวถึงผลรวมของกระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้าและไหลออกที่จุดใดๆ ในวงจรไฟฟ้า มีค่าเท่ากับ ศูนย์ หรือผลรวมของกระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้าที่จุดใดๆ เท่ากับ ผลรวมกระแสไฟฟ้าที่ไหลออก

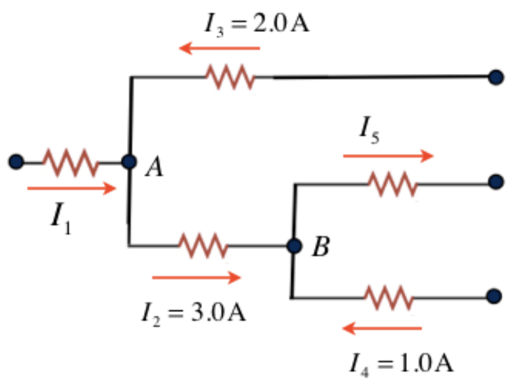
$$\sum I = 0 \quad \text{หรือ} \quad \sum I_{in} = \sum I_{out} \tag{5.27}$$

จากภาพที่ 5.20 และกฎกระแสของเคิร์ชฮอฟฟ์ จะได้ $I_1 + I_2 = I_3 + I_4 + I_5$



ภาพที่ 5.20 กระแสไฟฟ้ารวมไหลเข้าและออก จากจุด P

ตัวอย่างที่ 5.16 จากรูปวงจรตัวต้านทาน จงหากระแสไฟฟ้า I_1 และ I_5



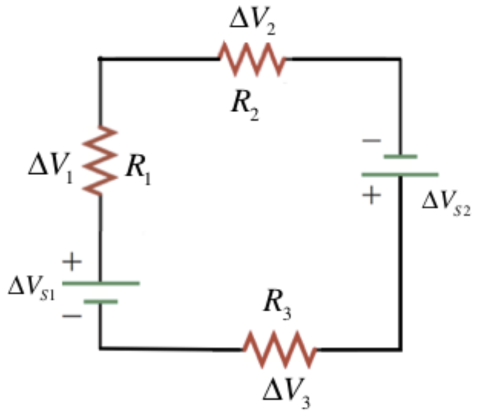
5.9.2 กฎแรงดันของเคิร์ชฮอฟฟ์

กฎแรงดันของเคิร์ชฮอฟฟ์ (Kirchhoff's Voltage Law) หรือเรียกว่า KVL จะกล่าวถึงผลรวมของแรงดันไฟฟ้าตกคร่อมตัวต้านทานทั้งหมดภายในวงรอบมีค่าเท่ากับศูนย์ หรือผลรวมของแรงดันที่ตกคร่อมตัวต้านทานทั้งหมดจะมีค่าเท่ากับแรงดันไฟฟ้าของแหล่งจ่ายไฟฟ้า

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta V_i = 0 \qquad (5.28)$$

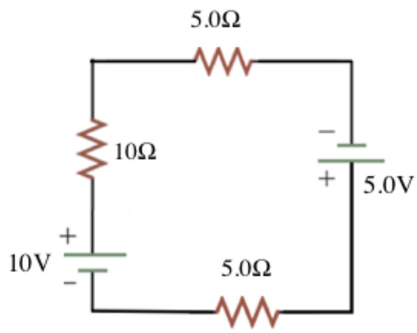
จากภาพที่ 5.21 และกฎแรงดันของเคิร์ชฮอฟฟ์ จะได้ $\Delta V_{S1} - \Delta V_1 - \Delta V_2 + \Delta V_{S2} - \Delta V_3 = 0$

หรือ $\Delta V_{S1} + \Delta V_{S2} = I(R_1 + R_2 + R_3)$



ภาพที่ 5.21 แสดงแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวต้านทานภายในวงรอบ

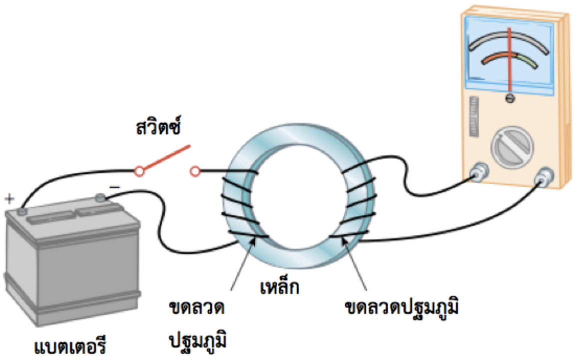
ตัวอย่างที่ 5.17 จากรูปจงหากระแสไฟฟ้าที่ไหลในวงจรและแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวต้านทานแต่ละตัว



5.10 ไฟฟ้ากระแสสลับ

5.10.1 การทดลองของฟาราเดย์

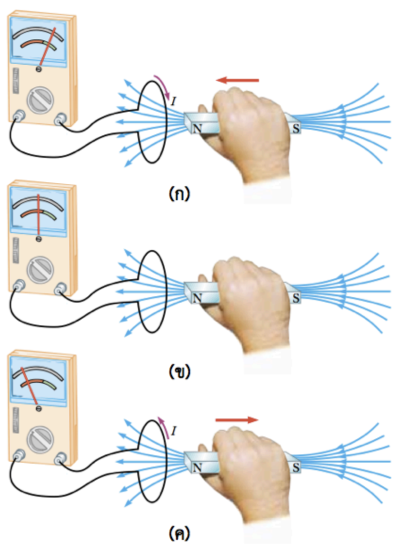
พิจารณาการทดลองของฟาราเดย์ (Michael Faraday;1791-1867) นักฟิสิกส์ชาวอังกฤษ ซึ่งพันขดลวดสองขดเข้ารอบแท่งเหล็กรูปวงแหวนและต่อขดลวดปฐมภูมิ (primary coil) เข้ากับสวิตซ์และแบตเตอรี่และต่อขดลวดทุติยภูมิ เข้ากับกัลวานอมิเตอร์ดังภาพที่ 5.22 เมื่อเปิดสวิตซ์กระแสไฟฟ้าจากแบตเตอรี่จะไหลเข้าไปในขดลวดปฐมภูมิ ซึ่งจะทำให้เกิดสนามแม่เหล็กรอบขดลวดปฐมภูมิและสนามแม่เหล็กดังกล่าวนั้นจะเหนี่ยวนำทำให้เกิดกระแสในขดลวดทุติยภูมิ ซึ่งสามารถสังเกตได้จากเข็มของกัลวานอมิเตอร์



ภาพที่ 5.22 การทดลองของฟาราเดย์ (Physics for Sc and En 6 edition, Serway&Jewett; 969)

5.10.2 กฎเหนี่ยวนำของฟาราเดย์

เมื่อนำแม่เหล็ก (ขั้วเหนือ) เคลื่อนที่เข้าหาขดลวดตัวนำ เข็มของกัลวานอมิเตอร์จะเบนไปจากศูนย์ ดังแสดงในภาพที่ 5.23(ก) แต่ถ้าแท่งแม่เหล็กหยุดเคลื่อนที่ เข็มของกัลวานอมิเตอร์จะชี้กลับมาที่ ศูนย์ ดังแสดงในภาพที่ 5.23(ข) และในขณะที่เคลื่อนแท่งแม่เหล็กออกจากขดลวดตัวนำ เข็มของกัลวานอมิเตอร์จะเบนไปจากศูนย์ อีกครั้งแต่เบนไปในทิศทางตรงข้ามกลับครั้งแรก ดังภาพที่ 5.23(ค) แสดงว่ามีกระแสไฟฟ้าไหลในขดลวดตัวนำ และถ้าให้แท่งแม่เหล็กนิ่ง อยู่กับที่แต่เลื่อนขดลวดตัวนำ เข้า-ออกจากแท่งแม่เหล็ก เข็มของกัลวานอมิเตอร์ก็เบนไปจากแนวเดิมด้วยเช่นกัน ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าเมื่อแท่งแม่เหล็กหรือขดลวดเคลื่อนที่จะมีกระแสไฟฟ้าไหลในขดลวดเสมอโดยกระแสไฟฟ้าดังกล่าวเกิดจาก“**แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ**” (emf) และเรียกกระแสไฟฟ้าที่เกิดขึ้นว่า“**กระแสเหนี่ยวนำ**” การทดลองของฟาราเดย์สรุปได้ว่าการเปลี่ยนแปลงฟลักซ์แม่เหล็กผ่านวงรอบปิดใดๆ ต่อหนึ่งหน่วยเวลาจะก่อให้เกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำขึ้นและทำให้เกิดกระแสเหนียวนำ ดังนั้นจึงได้ตั้งเป็น **“กฎเหนี่ยวนำของฟาราเดย์”** (Faraday’s law of Induction)



$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} \qquad (5.28)$$

ภาพที่ 5.23 การเกิดกระแสเหนี่ยวนำในขดลวดตัวนำ

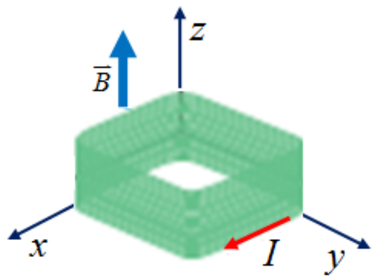
เมื่อ ฟลักซ์แม่เหล็ก (magnetic flux) : $\Phi_B = \int \vec{B}\cdot d\vec{A} = BA\cos\theta$ (5.29)

และแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดจากการพันลวดตัวนำ N รอบ

$$\varepsilon = -\mathrm{N}\frac{d\Phi_B}{dt} \tag{5.30}$$

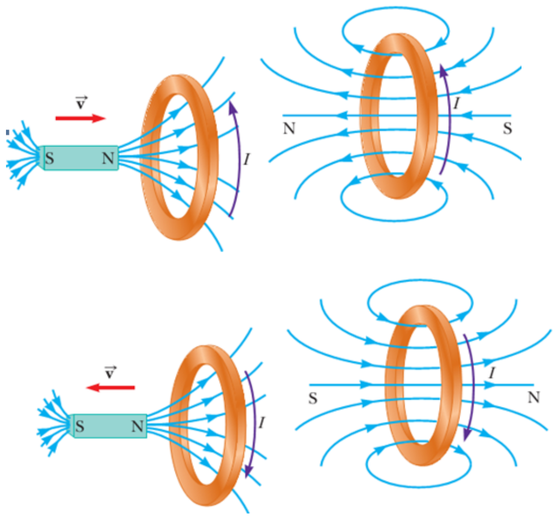
เครื่องหมายลบแสดงให้เห็นว่าแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำมีทิศต้านกับอัตราการเปลี่ยนแปลงฟลักซ์แม่เหล็ก จากสมการ (5.29) และ (5.30) จะได้ $\varepsilon = -\mathrm{N}\frac{d}{dt}(BA\cos\theta)$

ตัวอย่างที่ 5.18 ขดลวดตัวนำรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 1.50 เซนติเมตร จำนวน 25.0 รอบ ซึ่งแต่ละรอบมีขนาดเท่ากันและมีความต้านทาน 0.350 โอห์ม ถ้าให้สนามแม่เหล็กที่มีขนาดคงที่ในทิศทางตั้งฉากกับขดลวดดังรูปแล้วจงหา ก) แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำในขดลวดขณะที่สนามแม่เหล็กที่พุ่งผ่านขดลวดเปลี่ยนแปลงจาก 0 เป็น 0.500 เทสลา ภายใน 0.800 วินาที ข) ขนาดของกระแสเหนี่ยวนำในขดลวดตัวนำ



5.10.3 กฎของเลนซ์

เลนส์ (Lenze) นักวิทยาศาสตร์ชาวเยอรมัน กล่าวว่า “กระแสเหนี่ยวนำในขดลวดจะสร้างสนามแม่เหล็กในทิศตรงข้ามกับการเปลี่ยนแปลงฟลักซ์แม่เหล็กผ่านพื้นที่ปิดของขดลวด”



(ก) **(ข)**

ภาพที่ 5.24 แสดงกระแสเหนี่นวนำและสนามแม่เหล็กที่เกิดจากกระแสเหนี่ยวนำ
(Physics for Scientists and Engineers 6 edition, Serway&Jewett; 978)

ภาพที่ 5.24(ก ซ้าย) แสดงทิศทางของกระแสเหนี่ยวนำ I เมื่อนำแท่งแม่เหล็ก (ขั้วเหนือ) เคลื่อนที่เข้าหาขดลวดตัวนำวงกลม (เคลื่อนไปทางขวา) ในขณะที่ภาพที่ 5.24(ก ขวา) แสดงให้เห็นว่ากระแสเหนี่ยวนำในขดลวดนั้นจะสร้างสนามแม่เหล็กในทิศตรงข้ามกับสนามแม่เหล็กจากแท่งแม่เหล็กเพื่อต้านการเพิ่มขึ้นของฟลักซ์แม่เหล็กลัพธ์ และผลักให้แท่งแม่เหล็กเคลื่นที่กลับไปทางซ้าย (เคลื่อนที่ออกจากขดลวด)

ภาพที่ 5.24(ข ซ้าย) แสดงทิศทางของกระแสเหนี่ยว I เมื่อนำแท่งแม่เหล็กเคลื่อนที่ออกจากขดลวดตัวนำวงกลม(เคลื่อนไปทางซ้าย) ในขณะที่ภาพที่ 5.24(ข ขวา)แสดงให้เห็นว่ากระแสเหนี่ยวนำในขดลวดนั้นจะสร้างสนามแม่เหล็กในทิศตรงข้ามกับสนามแม่เหล็กจากแท่งแม่เหล็กเพื่อต้านการเพิ่มขึ้นของฟลักซ์แม่เหล็กลัพธ์และดึงดูดให้แท่งแม่เหล็กเคลื่นที่กลับไปทางขวา (เคลื่อนที่เข้าหาขดลวด)

5.11 เครื่องกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ

5.11.1 เครื่องกำเนิดไฟฟ้า

เครื่องกำเนิดไฟฟ้าและมอเตอร์ คือ อุปกรณ์ที่ทำหน้าที่เปลี่ยนพลังงานกลให้เป็นพลังงานไฟฟ้าโดยใช้หลักของการเหนี่ยวแม่เหล็กไฟฟ้า ทั้งนี้เครื่องกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ (A.C. generator) อย่างง่ายจะประกอบด้วยขดลวดตำนำซึ่งหมุนอยู่ในสนามแม่เหล็กโดยมีแรงภายนอกมากระทำขดลวดดังกล่าว ดังภาพที่ 5.25(ก) อาทิเช่น การใช้น้ำหรือลมหมุนใบพัดของมอเตอร์เพื่อผลิตไฟฟ้า เป็นต้น การหมุนของขดลวดตัวนำภายใต้สนามแม่เหล็กจะทำให้เกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยว $\varepsilon = -\mathrm{N}\dfrac{d\Phi_B}{dt}$ เมื่อ N คือจำนวนรอบของขดลวดซึ่งแต่ละรอบมีพื้นที่หน้าตัด A เท่ากัน เมื่อ $\Phi_B = BA\cos\theta$ และขดลวดหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุม ω $(\omega = 2\pi f)$ รอบแกนที่ตั้งฉากกับสนามแม่เหล็กและ θ คือมุมระหว่างสนามแม่เหล็กและเวกเตอร์พื้นที่ของขดลวด (เวกเตอร์พื้นที่มีทิศตั้งฉากกับพื้นที่หน้าตัดของขดลวดตัวนำ) ดังนั้น $\Phi_B = BA\cos(\omega t)$ ซึ่งจะได้

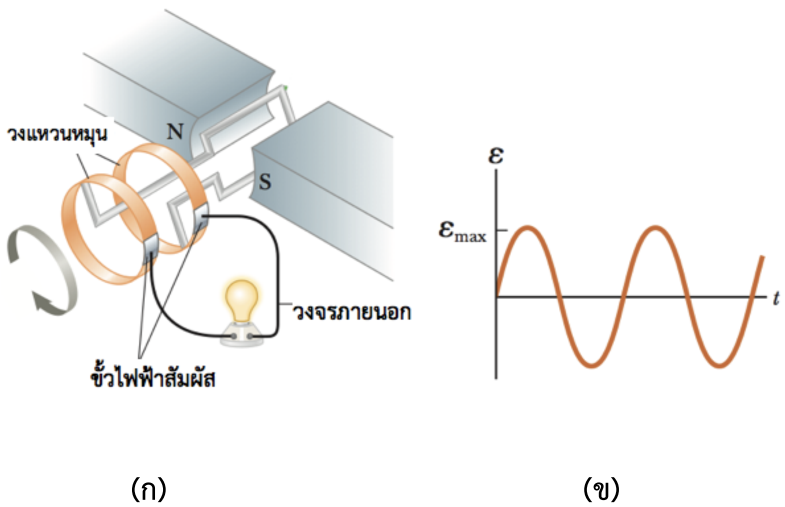
$$\varepsilon = -\mathrm{N}BA\frac{d}{dt}\cos(\omega t)$$

$$\varepsilon = \omega \mathrm{N}BA\sin(\omega t) \qquad (5.31)$$

จากสมการ (5.31) จะเห็นว่า แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ (emf) เปลี่ยนแปลงเป็นตามเวลาเป็นฟังก์ชันไซน์ ดังภาพที่ 5.25(ข) และแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำจะค่าสูงสุดเมื่อ $\omega t = 90^\circ$ หรือ 270° ซึ่งเป็นมุมที่ระนาบของขดลวดขนานกับสนามแม่เหล็ก โดยจะมีค่าเป็น

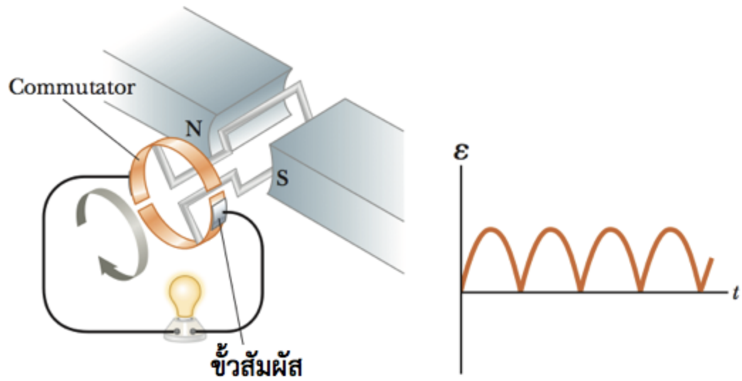
$$\varepsilon = \omega \mathrm{N}BA \qquad (5.32)$$

และที่ $\omega t = 0^\circ$ หรือ 180° ซึ่งเป็นมุมที่ระนาบของขดลวดตัวนำตั้งฉากกับสนามแม่เหล็ก แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำจะเป็น ศูนย์ ($\varepsilon = 0$)



ภาพที่ 5.25 (ก) แผนภาพไดอะแกรมเครื่องกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับ และ(ข) แรงเคลื่อนไฟฟ้ากระแสสลับซึ่งเป็นฟังก์ชันไซน์ตามเวลา (College Physics 9 edition, Raymond A. Serway ;701)

ภาพที่ 5.26(ก) แสดงเครื่องกำเนิดไฟฟ้ากระแสตรง (D.C generator) จะเห็นได้ว่า มีส่วนประกอบคล้ายกับเครื่องกำเนิดไฟ้ฟ้ากระแสสลับ เว้นแต่ขั้วไฟฟ้าที่สัมผัสและวงแหวนหมุนซึ่งมีเพียงวงเดียวแต่แบ่งออกเป็นสองส่วนซึ่งเรียกว่า คอมมูเตเตอร์ (commutator) มีแรงดันเหมือนกันเสมอ ดังนั้นกระไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจึงเป็นไฟฟ้ากระแสตรง 5.26(ข)



(ก) (ข)

ภาพที่ 5.26 (ก) แผนภาพไดอะแกรมเครื่องกำเนิดไฟฟ้ากระแสตรง และ (ข) แรงเคลื่อนไฟฟ้าซึ่งเป็นฟังก์ชันของเวลา (College Physics 9 edition, Raymond A. Serway ;702)

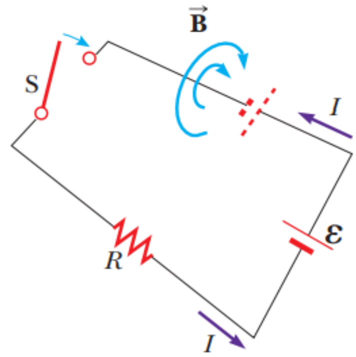
ตัวอย่างที่ 5.19 เครื่องกำเนิดไฟฟ้าสลับเครื่องหนึ่ง ประกอบขดดลวด จำนวน 80.0 รอบซึ่งแต่ละรอบมีพื้นที่หน้าตัดเท่ากัน 0.025 ตารางเมตร และขดลวดมีความต้านทาน 10.0 โอห์ม ถ้าขดลวดดังกล่าวหมุนด้วยความถี่คงตัว 50 เฮิร์ซ ภายใต้สนามแม่เหล็กคงตัวสม่ำเสมอ 0.500 เทสลา แล้วจงหา

ก) แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำสูงสุด

ข) กระแสเหนี่ยวนำสูงสุดเมื่อต่อกับตัวนำที่มีความต้านทานต่ำ

5.11.2 การเหนี่ยวนำตนเอง

พิจารณาวงจรไฟฟ้าที่ประกอบด้วย สวิตซ์ S ตัวต้านทาน R และแหล่งกำเนิดไฟฟ้า $\mathcal{E}$ ดังภาพที่ 5.27 เมื่อเราปิดสวิตซ์ S จะเกิดกระแสไฟฟ้าไหลในวงจรซึ่งกระแสจะไม่เปลี่ยนจาก 0 เป็น $\mathcal{E}/R$ ในทันทีทันใด แต่จะค่อยๆ เพิ่มขึ้นตามเวลา กระแสไฟฟ้าที่เพิ่มขึ้นตามเวลาจะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงฟลักซ์แม่เหล็กด้วยซึ่งจะก่อให้เกิดการเหนี่ยวนำในทิศตรงข้ามกับการไหลของกระแสไฟฟ้าจากแหล่งกำเนิด ทำให้กระแสไฟฟ้าค่อยๆ เพิ่มขึ้น ปรากฏการณ์นี้ เรียกว่า **การเหนี่ยวนำตนเอง (self-inductance)**



ภาพที่ 5.27 วงจรการเหนี่ยวนำตนเอง (College Physics 9 edition, Raymond A. Serway ;705)

ค่าแรงเคลื่อนไฟฟ้าจากการเหนี่ยวนำตนเอง $\mathcal{E}_L$ จะเป็นแปรผันตรงกับอัตราการเปลี่ยนแปลงกระแสไฟฟ้าต่อเวลา ซึ่งขดลวดโซลินอยด์และขดลวดทอรอยด์จำนวน N รอบนั้น ค่าแรงเคลื่อนไฟฟ้าจะเป็นไปตามสมการ

$$\mathcal{E}_L = -L\frac{\Delta I}{\Delta t} = -L\frac{dI}{dt} \tag{5.33}$$

เมื่อ L คือ ค่าความเหนี่ยวนำตนเอง (self-inductance) มีหน่วยเป็น เวเบอร์ต่อแอมแปร์ (Wb/A) หรือ เฮนรี (Henry; H) ซึ่ง L เป็นค่าคงตัวและขึ้นอยู่กับรูปร่างของขดลวดตัวนำ โดยที่ $1.0\mathrm{H} = 1.0\mathrm{V\cdot s/A}$

จากแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำของฟาราเดย์ $\varepsilon = -N\dfrac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}$ จะได้ค่าเหนี่ยวนำตนเอง L เป็น $\mathcal{E}_L = -L\dfrac{\Delta I}{\Delta t} = -\mathrm{N}\dfrac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}$ ดังนั้นจะได้

$$L = N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta I} \tag{5.34}$$

เมื่อ $\Phi_B = BA$ และขนาดของสนามแม่เหล็กจากขดลวดโซลินอยด์ หาได้จาก

$$B = \mu_0 nI = \mu_0 I\frac{\mathrm{N}}{\ell} \tag{5.35}$$

เมื่อ $n = \mathrm{N}/\ell$ คือ จำนวนรอบต่อความยาว และ N คือ จำนวนรอบของขดลวดทั้งหมด

ตัวอย่างที่ 5.20 ขดลวดโซลินอย์ 300 รอบยาว 0.250 เมตรมีพื้นที่หน้าตัด 4.00×10^{-4} ตารางเมตร จงหา ก) ค่าการเหนี่ยวนำตนเองของขดลวดโซลินอย์

ข) แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำของขดลวดโซลินอยด์ เมื่ออัตราการลดลงของกระแสในขดลวดต่อเวลาเป็น 50.0 แอมแปร์ต่อวินาที

บทสรุป

แบบฝึกหัดประจำบทที่ 5

1) จงหาขนาดและชนิดของแรงของแรงระหว่างประจุที่วางอยู่ห่างกันเป็นระยะ 90 ไมโครเมตร

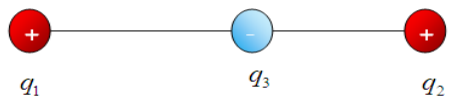
1.1) $q_1 = +3.0nC$ และ $q_2 = +3.0nC$ 1.2) โปรตอนและอิเล็กตรอน

1.3) $q_1 = 15nC$ และ $q_2 = -10\mu C$

2) ประจุ q_1 ขนาด 1.0 ไมโครคูลอมบ์ วางอยู่ห่างจากประจุ q_2 เป็นระยะ 10 มิลลิเมตร ถ้าประจุทั้งสองมีแรงกระทำระหวางกัน 180 นิวตัน แล้วจงหาขนาดของประจุ q_2

3) อนุภาคมีประจุไฟฟ้าชนิดเดียวกันและขนาดเท่ากันสองอนุภาควางอยู่ห่างกัน 3.00 เซนติเมตร มีแรงกระทำต่อกันขนาด 90.0 นิวตัน จงหาขนาดของประจุ ดังกล่าว

4) จุดประจุสามประจุวางอยู่ในแนวแกน x ดังรูป เมื่อประจุบวก $q_1 = 15.0\mu C$ วางอยู่ที่จุดกำเนิดประจุบวก $q_2 = 10.0\mu C$ วางอยู่ห่างออกไปทางขวา 2.00 เซนติเมตร

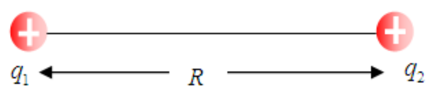


4.1) จงหาตำแหน่งของประจุ q_3 ที่ทำให้แรงลัพธ์ที่กระทำบนประจุ q_3 เป็นศูนย์

4.2) จงหาขนาดของประจุ q_3 ถ้าแรงระหว่างประจุ q_2 กับประจุ q_3 มีขนาดเท่ากับ 10.0 นิวตัน

4.3) จงหาขนาดของแรงคูลอมบ์ ระหว่างประจุ q_1 กับ q_3 (ใช้ q_3 จากข้อ 4.2)

8) ประจุสองประจุ q_1, q_2 วางอยู่ในแนวเดียวกันห่างกันเป็นระยะ R 30 เซนติเมตร ดังภาพที่ 1.24 ถ้า $q_1 = +3.0$ ไมโครคูลอมบ์ และ $q_2 = +1.5$ ไมโครคูลอมบ์ จงหาตำแหน่งที่สนามไฟฟ้าเป็นศูนย์



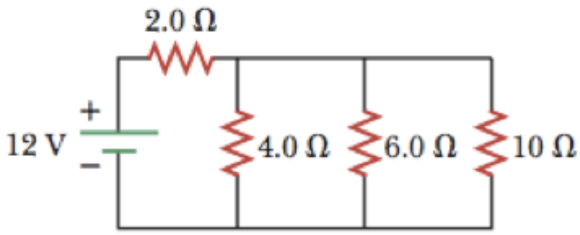
9) จงหาความหนาแน่นและความเร็วลอยเลื่อนของอิเล็กตรอนจำนวน1.25×10^{20} อนุภาคที่เคลื่อนที่ในเส้นลวดทองแดง ซึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 20.0 มิลลิเมตร ต่อเข้ากับแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสตรงที่จ่ายกระแสไฟฟ้าขนาด 314 มิลลิแอมแปร์ (กำหนดให้ $\pi = 3.14$)

10) ถ้าให้กระแสไฟฟ้าขนาด 10.0 แอมแปร์แก่แท่งตัวนำที่ทำจากโลหะชนิดหนึ่งที่มีค่าสภาพนำไฟฟ้าเท่ากับ 5.00×10^{3} ซีเมนต์ต่อเมตร จงหาความหนาแน่นของกระแสและความต้านทานของตัวนำ เมื่อแท่งตัวนำ ยาว 20.0 เมตร และมีหน้าตัดเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 20.0 x 20.0 มิลลิเมตร

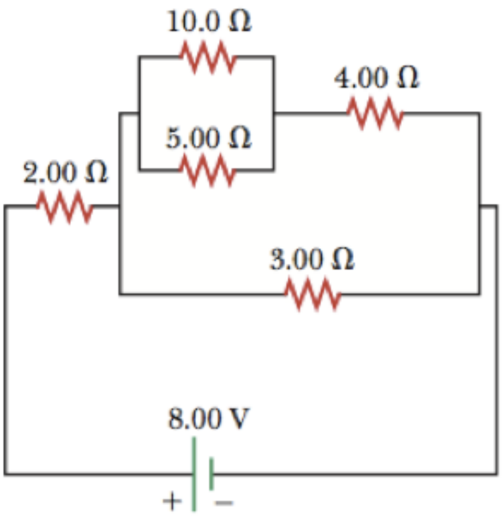
11) จงหาความต้านทานของลวดทองแดง เส้นผ่านศูนย์กลาง 50.0 ไมโครเมตร ยาว 200.0 เซนติเมตร (กำหนดให้ สภาพความต้านทานของทองแดงที่ 20.0 ^{0}C เท่ากับ 1.69x10^{-8} โอห์ม-เมตร)

12) ลวดเส้นหนึ่งมีความต้านทาน 20.0 โอห์ม ถ้านำลวดเส้นนี้มายืดออกให้มีเส้นผ่านศูนย์กลางลดลงไปครึ่งหนึ่งแต่มีความยาวเพิ่มขึ้นเป็นสามเท่าของเส้นเดิม จงหาความต้านทานของเส้นลวดดังกล่าว

13) จากรูป จงหา ความต้านทานรวมและกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน 10 โอห์ม



14) จากรูป จงหาความต้านทานรวม และแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวต้านทานแต่ละตัว



15) ขดลวดตัวนำวงกลมรัศมี 25.0 เซนติเมตร วางอยู่ในระนาบ xy อยู่ในบริเวณที่สนามแม่เหล็สม่ำเสมอ 360 มิลลิเทสลา โดยมีทิศทางไปทางแกน $+z$ จงหา

15.1) ฟลักซ์แม่เหล็กที่พุ่งผ่านขดลวด เมื่อขดลวดหมุนรอบแกน x ในทิศตามเข็มนาฬิกา จนทำมุม 45 องศากับแกน $+z$

15.2) อัตราการเปลี่ยนแปลงของฟลักซ์แม่เหล็กที่พุ่งผ่านขดลวด

15.3) ถ้าเดิมขดลวดทำมุม 45 องศา กับสนามแม่เหล็ก จงหาฟลักซ์แม่เหล็กที่พุ่งผ่านขดลวด เมื่อขดลวดหมุนไปอีก 30 องศา !

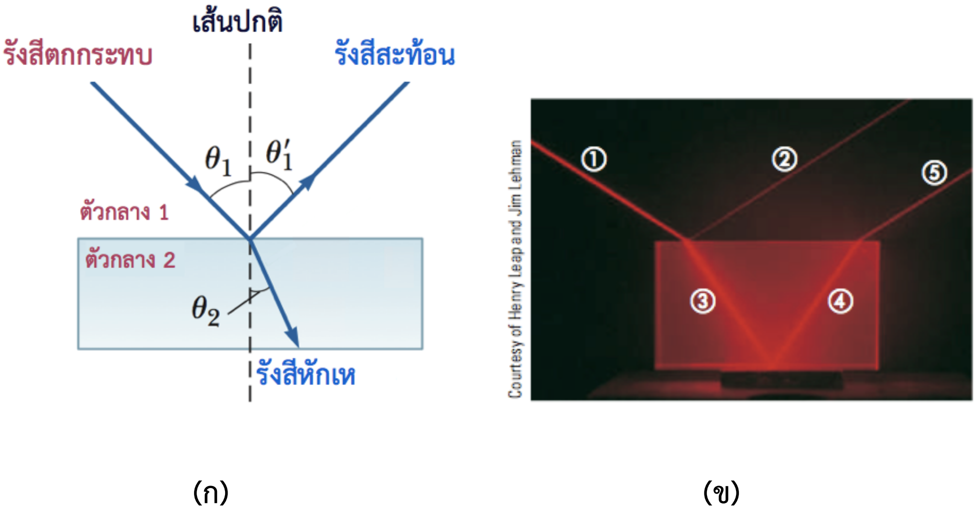
15.4) อัตราการเปลี่ยนแปลงของฟลักซ์แม่เหล็กที่พุ่งผ่านขดลวดจากมุม 45 องศา เป็น 75 องศ

บทที่ 6
ทัศนศาสตร์เบื้องต้น
Introduction to Optics

แสง (light) เป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (electromagnetic wave) ชนิดหนึ่งมีความยาวคลื่นอยู่ในย่านประมาณ 400-700 นาโนเมตร ซึ่งเป็นย่านที่มองเห็นด้วยตาเปล่าโดยจะเห็นเป็น สีม่วง น้ำเงิน เขียว เหลือง ส้ม แดง และเคลื่อนที่ในสุญญากาศด้วยความเร็วประมาณ 3.00×10^{8} เมตรต่อวินาที มีสมบัติเชิงเรขาคณิตสองประการ คือ การสะท้อน (reflection) และการหักเห (refraction) และสมบัติเชิงกายภาพสามประการ คือ การเลี้ยวเบน (diffraction) การแทรกสอด (interference) และการโพราไรซ์ (polarization)

6.1 ธรรมชาติของแสง

เพื่อให้ง่ายในการเข้าใจถึงการสะท้อนและการหักเหของคลื่นแสง เราจะใช้รังสีของแสง (ray) แทน ทิศทางการเคลื่อนที่หน้าคลื่นซึ่งในตัวกลางใดหนึ่งๆ แสงจะเดินทางเป็นเส้นตรง แต่ถ้าแสงเดินทางจากตัวกลางหนึ่งไปยังอีกตัวกลางหนึ่ง ณ บริเวณรอยต่อของตัวกลางทั้งสองจะเกิดปรากฏการณ์การสะท้อนและการหักเหขึ้นโดยรังสีสะท้อนจะอยู่ในตัวกลางเดียวกับรังสีตกกระทบ ในขณะที่รังสีของแสงที่เดินทางเข้าไปในอีกตัวตัวกลางหนึ่งจะเกิดการหักเห (รังสีของแสงจะเบนไปจากเส้นทางเดิม ดังแสดงในภาพที่ 6.1

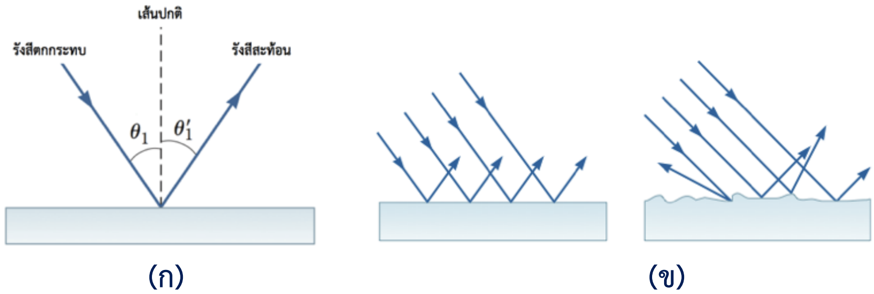


ภาพที่ 6.1 (ก) โมเดลการสะท้อนและการหักเหของแสง (ข) แสงเดินทางตกกระทบแท่งแก้วลูไซต์แล้วเกิดการสะท้อนและเกิดการหักเห (College Physics 9 edition, Raymond A. Serway ;766)

6.1.1 การสะท้อนของแสง

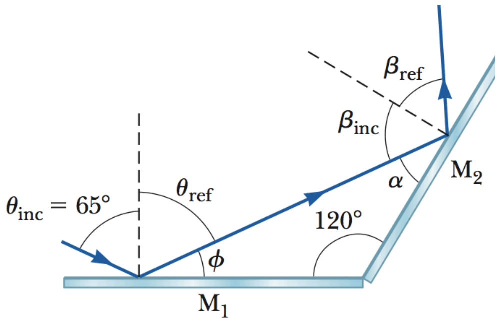
การสะท้อนของแสง (Reflection of Light) เกิดขึ้นเมื่อแสงเดินทางตกกระทบรอยต่อของตัวกลางสองชนิด แล้วแสงบางส่วนหรือทั้งหมดเกิดสะท้อนกลับมายังตัวกลางเดิม ดังรูปที่ 6.2 (ก) ซึ่งไม่ว่าผิวของตัวกลางที่แสงตกกระทบนั้นจะราบเรียบหรือเป็นผิวขรุขระ ดังภาพที่ 6.2(ข) ก็ตาม การสะท้อนของแสงจะเป็นไปตามกฎการสะท้อนสองข้อ คือ

1. รังสีตกกระทบและรังสีสะท้อนจะอยู่ในระนาบเดียวกันเสมอ
2. มุมตกกระทบ θ_1 จะมีค่าเท่ากับมุมสะท้อน θ_1' เสมอ ($\theta_1 = \theta_1'$)



ภาพที่ 6.2 (ก) โมเดลการสะท้อนของแสง (ข) การสะท้อนของแสงเมื่อตกกระทบผิวราบเรียบและพื้นผิวขรุขระ (College Physics 9 edition, Raymond A. Serway ;763, 764)

ตัวอย่างที่ 6.1 กระจกสองอันวางทำมุมกัน 120 องศา ถ้ารังสีตกกระทบกระจก M1 ด้วยมุม 65 องศา ดังภาพที่ 6.3 แล้ว จงหามุมสะท้อนที่กระจก M2



ภาพที่ 6.3 การสะท้อนจากกระจกสองอัน

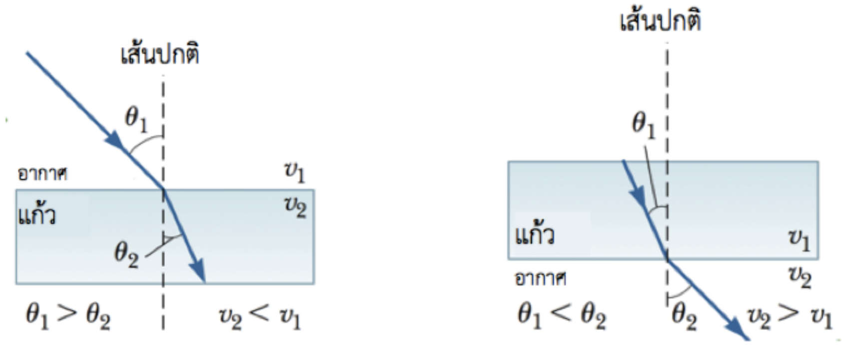
6.1.2 การหักเหของแสง

เมื่อรังสีของแสงเดินทางผ่านตัวกลางโปร่งใสตัวหนึ่งไปถึงบริเวณรอยต่อตัวกลางโปร่งใสอีกตัวกลางหนึ่ง ดังภาพที่ 6.1(ก) ส่วนหนึ่งของรังสีจะเกิดการสะท้อนกลับ (ตามหัวข้อ 6.1.1) และรังสีของแสงส่วนหนึ่งจะทะลุผ่านเข้าไปยังตัวกลางที่สองโดยรังสีของแสงจะเบนออกไปจากแนวเดิม และมุมหักเห θ_2 จะขึ้นอยู่กับสมบัติของตัวกลางโปร่งแสงทั้งสองและมุมตกกระทบ ซึ่ง มีความสัมพันธ์กันดังนี้

$$\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} = \frac{v_2}{v_1} = \text{ค่าคงตัว} \qquad (6.1)$$

เมื่อ v_1 และ v_2 คือ ความเร็วของแสงในตัวกลางที่ 1 และตัวกลางที่ 2 ตามลำดับ และมุมหักเห θ_2 เป็นมุมที่วัดจาก เส้นปกติ (normal line)

เมื่อแสงเดินทางจากตัวกลางซึ่งเป็นวัสดุที่ทำให้แสงมีอัตราเร็วสูงไปยังตัวกลางที่สร้างจากวัสดุซึ่งทำให้แสงมีอัตราเร็วต่ำ แล้วมุมหักเห θ_2 จะมีค่าน้อยกว่ามุมตกกระทบ θ_1 นั่นคือ รังสีหักเหจึงเบนเข้าหาเส้นปกติ ดังแสดงในภาพที่ 6.4(ก) แต่ถ้าแสงเดินทางจากตัวกลางที่ทำให้แสงมีอัตราเร็วต่ำไปยังตัวกลางที่ทำให้แสงมีความเร็วสูง แล้ว มุมหักเห θ_2 จะมีค่ามากกว่ามุมตกกระทบ θ_1 นั่นคือ รังสีหักเหจึงเบนออกจากเส้นปกติ ดังแสดงในภาพที่ 6.4(ข)



(ก) (ข)

ภาพที่ 6.4 การหักเหของแสง เมื่อ (ก) แสงเดินทางจากอากาศเข้าสู่แก้ว (ข) แสงเดินทางจากแก้วเข้าสู่อากาศ (College Physics 9 edition, Raymond A. Serway ;766)

6.2 ดัชนีหักเหและกฎของการหักเห

ดัชนีหักเห (refraction index , n) คือ ค่าที่บอกถึงความหนาแน่นของสสารวัตถุนั้น ซึ่งเราสามารถหาค่าดัชนีหักเหของตัวกลางใดๆ นิยามจาก อัตราส่วนของความร็วของแสงในสุญญากาศต่อความเร็วแสงในตัวกลาง นั้นๆ

$$n = \frac{speed\ of\ ligh\ in\ vacuum}{speed\ of\ ligh\ in\ a\ medium} = \frac{c}{v} \qquad (6.2)$$

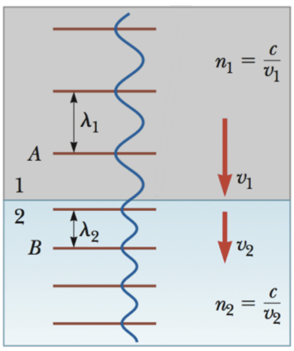
จากสมการ (6.2) จะเห็นได้ว่า ค่าดัชนีหักเหไม่มีหน่วยและมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 1 เพราะ $v < c$ เสมอ ทั้งนี้ ดัชนีหักเหของอากาศจะเท่ากับ 1 ในขณะที่ดัชนีหักเหของวัตถุต่างๆ เป็นดังตารางที่ 6.1

ตารางที่ 6.1 แสดงค่าดัชนีหักเหของวัตถุต่าง เมื่อวัดในสุญญากาศที่ $\lambda_0 = 589$ นาโนเมตร

วัตถุ	ดัชนีหักเห (n)	วัตถุ	ดัชนีหักเห (n)
ของแข็ง ที่ 20 องศา		**ของเหลว ที่ 20 องศา**	
เพชร	2.42	คาร์บอนซัลไฟล์	1.63
เซอร์คอน	1.92	เบนซีน	1.50
กระจกฟลินท์	1.66	ไกลเซอรีน	1.47
โซเดียมคลอไรด์	1.54	คาร์บอนเตรทะคลอไรด์	1.46
กระจก คราวน์	1.52	เอทิลแอลกอฮอล์	1.36
โพลีสไตลีน	1.49	น้ำ	1.33
ฟิวส์ควอซท์	1.46	**ก๊าซ ที่ 0 องศา**	
ฟลูออไรด์	1.43	คาร์บอนไดออกไซด์	1.00
น้ำแข็ง (น้ำ 0 องศา)	1.31	อากาศ	1.00

เมื่อแสงเดินทางจากตัวกลางหนึ่งไปยังอีกตัวกลางหนึ่งความถี่ของแสงจะคงตัวไม่เปลี่ยนแปลง เพื่ออธิบายให้เข้าใจได้ง่ายถึงเหตุผลว่า ทำไมความถี่ของคลื่นจึงคงตัว พิจารณาภาพที่ 6.5 เมื่อหน้าคลื่นของแสงเคลื่อนที่ผ่านจุด A ในตัวกลางตัวกลาง 1 ด้วยความถี่คงตัว ไปตกกระทบรอยต่อระหว่างตัวกลางกลางที่ 1 และตัวกลางที่ 2 และความถี่ของหน้าคลื่นที่จุดสังเกต B ในตัวกลางที่ 2 จะต้องมีค่าเท่ากันกับความถี่ของหน้าคลื่นที่ผ่านจุดสังเกต A ในตัวกลางที่ 1 ถ้าความถี่ของหน้าคลื่นของทั้งสองตัวกลางไม่เท่ากันแล้วที่บริเวณรอยต่อของตัวกลาง หน้าคลื่นจะถูกทำลายลงไปหรือไม่ก็ถูกสร้างขึ้นมาใหม่ แต่ปรากฏว่าหน้าคลื่นของทั้งสองตัวกลางยังคงมีความถี่คงตัว ดังนั้นจึงสรุปได้ว่ารังสีแสงในตัวกลางทั้งสองมีความถี่เท่ากัน

กำหนดให้ดัชนีหักของตัวกลางที่ 1 เป็น $n_1 = c/v_1$ และดัชนีหักของตัวกลางที่ 2 เป็น $n_2 = c/v_2$ และจาก $v = f\lambda$ จะได้ $v_1 = f\lambda_1$ และ $v_2 = f\lambda_2$ เนื่องจาก $v_1 \neq v_2$ ดังนั้น $\lambda_1 \neq \lambda_2$



ภาพที่ 6.5 แสงเดินทางผ่านตัวกลาง 1 ไปยังตัวกลาง 2 ด้วยอัตราเร็วที่ลดลง

(College Physics 9 edition, Raymond A. Serway ;767)

ความสัมพันธ์ระหว่างดัชนีหักเหกับความยาวคลื่น หาได้จาก $\frac{v_1}{v_2} = \frac{f\lambda_1}{f\lambda_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$

ซึ่งจะได้

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{c/n_1}{c/n_2} = \frac{n_2}{n_1} \tag{6.3}$$

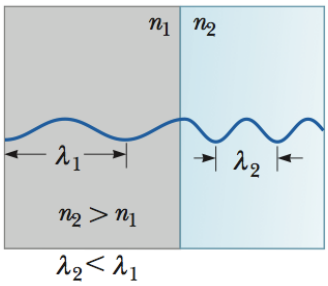
ดังนั้นจะได้

$$\lambda_1 n_1 = \lambda_2 n_2 \tag{6.4}$$

ถ้าตัวกลาง 1 เป็นสุญญากาศ มีดัชนีหักเหเท่ากับ 1 และความยาวคลื่น λ_0 และจากสมการ (6.4) แล้วดัชนีหักเห n ในตัวกลางใดๆ ซึ่งมีความยาวคลื่น เป็น λ_n จึงหาได้จาก

$$n = \frac{\lambda_0}{\lambda_n} \tag{6.5}$$

เมื่อแสงเดินทางจากสุญญากาศ n_1 ไปยังตัวกลางโปร่งใส n_2 ความยาวคลื่นของแสง λ จะลดลงดังแผนภาพไดอะแกรม ในภาพที่ 6.6



ภาพที่ 6.6 ไดอะแกรมแสดงการลดลงของความยาวคลื่น เมื่อแสงเดินจากตัวกลางที่มีดัชนีหักเหต่ำ ไปยังตัวกลางที่มีดัชนีหักเหสูงกว่า (College Physics 9 edition, Raymond A. Serway ;768)

และจากสมการ (6.2) จะได้

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \tag{6.6}$$

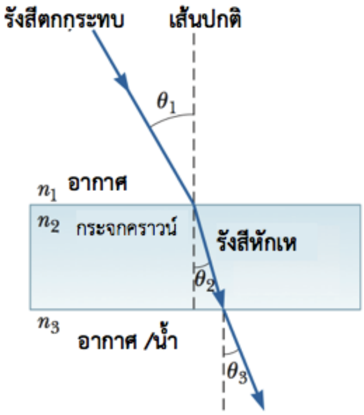
วิลล์บรอร์ด สเนลล์ (Willebrord Snell ; 1591 -1626) ได้การทดลองเพื่อยืนยันสมการ (6.6) ดังนั้นจึงเรียกสมการ (6.6) ว่า **กฎของสเนลล์ (Snell's law of refraction)**

ตัวอย่างที่ 6.2 แสงจากหลอดโซเดียมซึ่งมีความยาวคลื่น 589 นาโนเมตร เดินทางผ่านอากาศไป ตกกระทบบนผิวราบเรียบของกระจกคราวน์ ด้วยมุมตกกระทบ 30 องศา กับเส้นปกติ ดังภาพ จงหา

(ก) มุมหักเหภายในกระจกคราวน์ θ_2

(ข) มุมหักเห θ_3 แสงเดินทางจากกระจกคราวน์ไปยังอากาศ

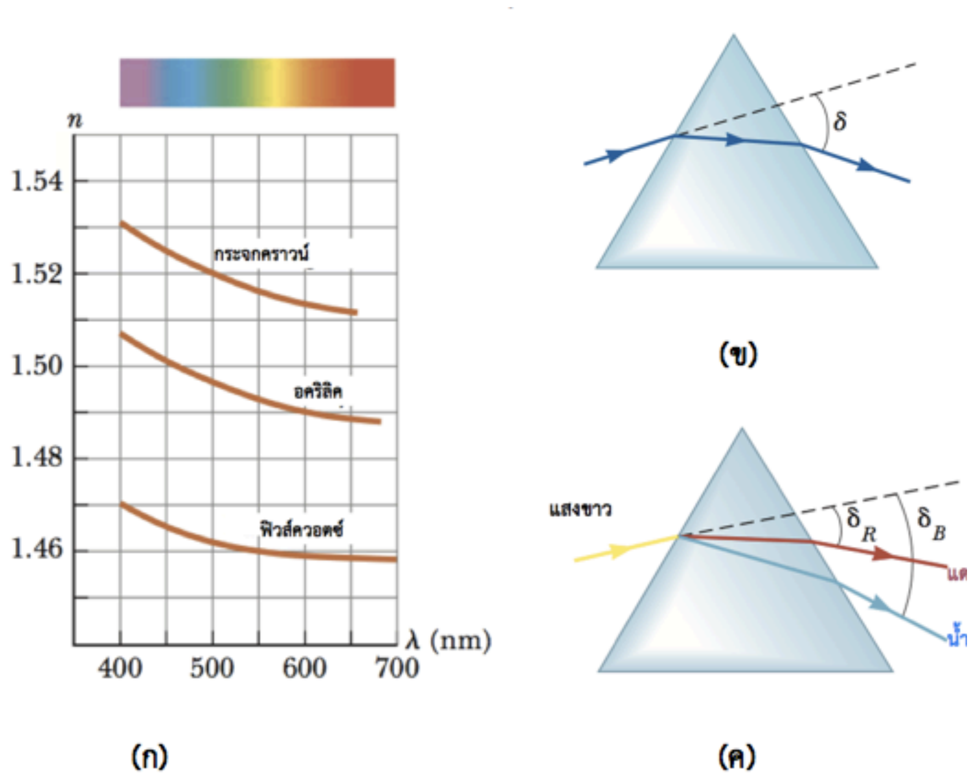
(ค) มุมหักเห θ_3 เมื่อ เปลี่ยนจากอากาศเป็นน้ำ



ตัวอย่างที่ 6.3 แสงความยาวคลื่น 589 นาโนเมตร เดินทางจากสุญญากาศไปตกกระทบฟิวส์ควอตซ์ซึ่งมีดัชนีหักเห 1.46 แล้ว จงหา (ก) ความเร็ว (ข) ความยาวคลื่น และ(ค) ความถี่ของแสงในฟิวส์ควอตซ์

6.2.1 การกระเจิงและปริซึม

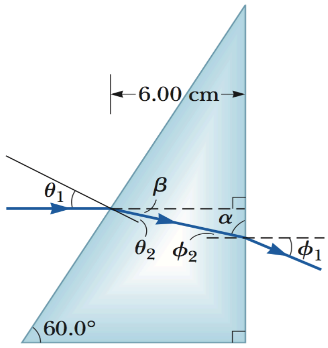
ดัชนีหักเหของวัตถุใดๆ นอกจากจะมีค่าแตกต่างกันตามแต่ชนิดวัตถุ แล้วดัชนีหักเหของวัตถุใดๆ(ยกเว้นสุญญกาศ) จะขึ้นกับความยาวคลื่นของแสงที่ตกกระทบ และเรียกการเปลี่ยนค่าดัชนีหักเหของตัวกลางตามความยาวคลื่น ว่า **การกระเจิง (dispersion)**



ภาพที่ 6.7 (ก) การเปลี่ยนค่าของดัชนีหักเหของวัตถุตามความยาวคลื่นแสง (ข) รังสีหักเหของแสงเมื่อผ่านปริซึม และ (ค) การหักเหของแสงขาวเมื่อเคลื่อนที่ผ่านปริซึม (College Physics 9 edition, Raymond A. Serway ;771)

ภาพที่ 6.7(ก) แสดงกราฟการเปลี่ยนแปลงค่าของดัชนีหักเหของกระจกคราวน์ อคริลิค และฟิวส์คราวน์ตามความยาวคลื่นของแสงที่เปลี่ยนแปลงในช่วง 400-700 นาโนเมตร โดยดัชนีหักเหจะมีค่าลดลงเมื่อความยาวคลื่นเพิ่มขึ้น นั่นคือ เมื่อแสงเดินทางจากอากาศเข้าไปยังวัตถุใดๆ แล้ว แสงสีม่วง ($\lambda \approx 400\text{nm}$) มีมุมหักเหมากกว่าสีแดง ($\lambda \approx 700\text{nm}$) และเพื่อความเข้าใจถึงการกระเจิงของแสงที่เกิดขึ้น พิจารณาเหตุการณ์เมื่อรังสีของแสงที่มีความยาวคลื่นค่าเดียวตกกระทบปริซึม (prisms) ทางด้านซ้ายและทะลุผ่านออกไปทางด้านขวาและรังสีที่ทะลุผ่านปริซึมจะเบนออกไปจากแนวเดิม เป็นมุม δ (เรียกว่า มุมเบี่ยงเบน) ดังรูป 6.7(ข) และเมื่อแสงขาว (white light : แสงที่ประกอบความยาวคลื่นต่างๆ ในย่านที่ตามองเห็น) ตกกระทบปริซึม ดังภาพที่ 6.7(ค) การระเจิงออกมาของแสงจะป็นสเปกตรัมของแสงสีต่างๆ กัน เพราะว่าแสงแต่ละสี (แต่ละความยาวคลื่น) มีมุมเบี่ยงเบนไม่เท่ากัน โดยที่แสงสีแดงจะมีมุมเบี่ยงเบนน้อยที่สุด ในขณะที่แสงสีม่วงมีมุมเบี่ยงเบนมากที่สุด

ตัวอย่างที่ 6.4 ลำแสงตกกระทบปริซึมซึ่งทำจากแก้วอันหนึ่ง ด้วยมุมตกกระทบ $\theta_1 = 30^\circ$ ดังภาพ ถ้าดัชนีของแก้วสำหรับแสงสีม่วงเป็น 1.80 แล้ว จงหา (ก) มุมหักเห θ_2 (ข) มุมตกกระทบ ϕ_2 (ค) มุมหักเห ϕ_1 (ง) ระยะที่แสงเบี่ยงเบนไปจากแนวเดิม Δy



วิธีทำ (ก) หามุมหักเห θ_2 มุมหักเหระว่างอากาศกับแก้ว

(ข) หามุมตกกรทบ ϕ_2 มุมตกกระทบหักระว่างแก้วกับอากาศ

(ค) มุมหักเห ϕ_1 มุมหักเห เมื่อแสงเดินทางออกจากปริซึมสู่อากาศ จาก $n_1 \sin\phi_2 = n_2 \sin\phi_2$

6.2.2 การสะท้อนกลับหมด

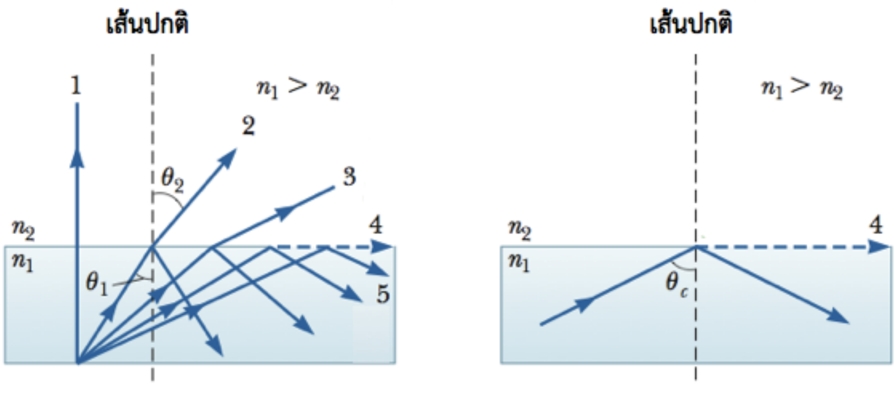
การสะท้อนกลับหมด (total internal reflection) เกิดขึ้นเมื่อแสงเดินทางจากตัวกลางที่มีดัชนีหักเหสูงไปยังตัวกลางที่มีดัชนีหักเหต่ำ พิจารณารูปที่ 6.8 รังสีของแสงเดินทางจากตัวกลาง 1 ไปถึงบริเวณรอยต่อระหว่างตัวกลาง 1 และตัวกลาง 2 เมื่อ $n_1 > n_2$ มีความเป็นไปได้ที่แสงจะเดินทางไปในทิศทางตามรังสีหมายเลข 1 ถึงหมายเลข 5 ในภาพที่ 6.8(ก) จะเห็นว่ามีมุมตกกระทบมุมหนึ่ง ซึ่งเรียกว่า **มุมวิกฤต** θ_c **(critical angle)** ที่ทำให้มุมหักเหขนานไปกับรอยต่อของตัวกลาง $\theta_2 = 90^\circ$ ตามรังสีหมายเลข 4 ดังภาพที่ 5.8(ข) เมื่อมุมตกกระทบมาขนาดโต กว่า มุมวิกฤต θ_c รังสีจะสะท้อนกลับอย่างสมบูรณ์ภายในตัวกลางตามรังสีหมายเลข 5

เราสามารถหามุมวิกฤต θ_c ได้จากกฎของสเนลล์ $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$ โดยแทน $\theta_1 = \theta_c$ และ $\theta_2 = 90^\circ$ ดังนั้นจะได้ $n_1 \sin\theta_c = n_2 \sin 90^\circ = n_2$

$$\sin\theta_c = \frac{n_2}{n_1} \qquad (6.7)$$

สมการ (6.7) จะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อ $n_1 > n_2$ เพราะการสะท้อนกลับหมดจะเกิดขึ้นเมื่อแสงเดินทางจากตัวกลางที่ดัชนีหักสูงไปยังตดวกลางดัชนีหักเหต่ำเท่านั้น แต่ถ้า $n_1 < n_2$ แล้วจะทำให้สมการ (6.7) มี $\sin\theta_c > 1$ ซึ่งเป็นไปไม่ได้ เพราะ $\sin\theta$ มีค่ามากที่สุดเท่ากับ 1

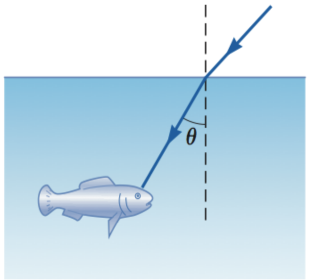
ถ้าตัวกลาง 2 เป็นอากาศ แล้วมุมวิกฤตของวัตถุที่มีดัชนีสูงจะมีขนาดเล็กกว่ามุมวิกฤตของวัตถุที่มีดัชนีหักเหต่ำ ตัวอย่างเช่น เพชร ซึ่งมีดัชนีหักเห $n = 2.42$ จะมีมุมวิกฤต $\theta_c = 24^\circ$ ในขณะที่แต่ กระจกคราวน์ ซึ่งมีดัชนีหักเห $n = 1.52$ มีมุมวิกฤต $\theta_c = 41^\circ$



(ก) (ข)

ภาพที่ 6.8 (ก)การเดินทางของรังสีจากตัวกลางที่ดัชนีหักเห n_1 ไปยังตัวกลางที่มีดัชนีหักเห n_2 เมื่อ $n_1 > n_2$ และ (ข) การสะท้อนกลับหมด(College Physics 9 edition, Raymond A. Serway ;777)

ตัวอย่างที่ 6.5 ก) จงหามุมวิกฤตที่บริเวณรอยต่อระหว่างน้ำกับอากาศ ข) จากภาพที่ 6.9 และใช้คำตอบจาก ก) ทำนายการมองเห็นของปลาที่ว่ายอยู่ในสระน้ำ มองไปยังผิวน้ำด้วยมุม 40.0° , 48.6° และ 60.0° และ ค) ถ้าเปลี่ยนจากน้ำเป็นของเหลวใสที่มีดัชนีหักเหสูงกว่าดัชนีของน้ำ แล้วมุมวิกฤตที่รอยต่อของของเหลวกับอากาศจะเป็นอย่างไร เมื่อเทียบกับมุมในข้อ ก)



ภาพที่ 6.9 แสดงปลามองไปยังผิวน้ำ
(College Physics 9 edition, Raymond A. Serway ;778)

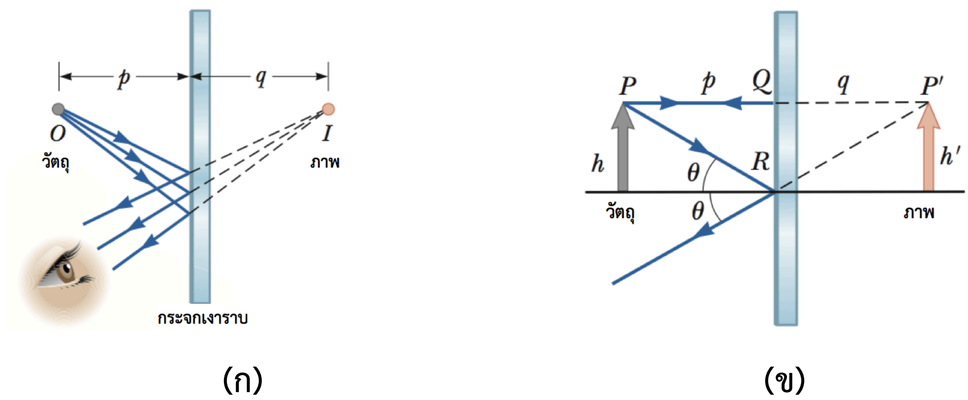
ข) ทำนายการมองเห็นของปลาที่ว่ายอยู่ในน้ำ มองไปยังผิวน้ำด้วยมุม 40.0°, 48.6° และ 60.0°

6.3 การเกิดภาพจากกระจก

ในหัวข้อนี้กล่าวถึงจากการเกิดภาพจากการสะท้อนของแสงจากผิวกระจกเงาราบ กระจกเว้า และกระจกนูน รวมถึงการเกิดภาพจากการหักเหของแสงภายในตัวกลางที่มีลักษณะผิวทรงกลม

6.3.1 กระจกเงาราบ

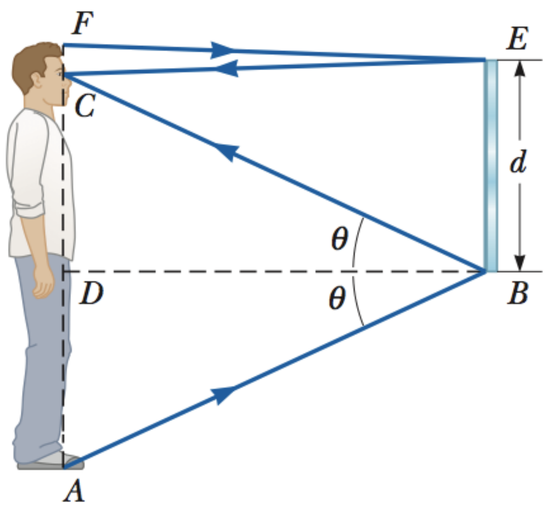
พิจารณาวัตถุแบบจุดวางอยู่ที่ตำแหน่ง O ด้านหน้ากระจกเงาราบโดยอยู่ห่างเป็นระยะ p ดังภาพที่ 6.10(ก) เรียกระยะ p ว่า **ระยะวัตถุ** เมื่อรังสีของแสงจากวัตถุแบบจุดตกกระทบบนกระจกเงาราบจะเกิดการสะท้อนของรังสีของแสงออกมาจากกระจกโดยรังสีของแสงที่สะท้อนออกมานั้นจะแผ่ขยายลู่ออก แต่อย่างไรก็ตาม ก็จะไปปรากฏ **ภาพ (image)** อยู่ที่ด้านหลังของกระจกเงาราบที่ตำแหน่ง I โดยอยู่ห่างออกไปเป็นระยะ q ซึ่งจะเรียกระยะ q ว่า **ระยะภาพ** โดยระยะภาพจะเท่ากับระยะวัตถุ ($|p|=|q|$) และจากภาพที่ 6.10(ก) จะเห็นว่า แนวรังสีของแสงที่สะท้อนออกมาจากกระจกนั้นไม่ตัดกันที่ด้านหน้าของกระจก แต่อย่างไรก็ตามถ้าเราลากเส้นประตามแนวรังสีสะท้อนไปทางด้านหลังของกระจก จะพบว่าแนวของเส้นประเหล่านั้นจะไปไปตัดกัน ที่ตำแหน่ง I ทำให้เกิดเป็นภาพขึ้นและเรียกภาพที่เกิดขึ้นว่า **ภาพเสมือน (virtual image)**



ภาพที่ 6.10 การเกิดภาพจากการสะท้อนที่กระจกเงาราบของ (ก) จุดวัตถุ และ (ข) วัตถุมีขนาด (College Physics 9 edition, Raymond A. Serway ; 791)

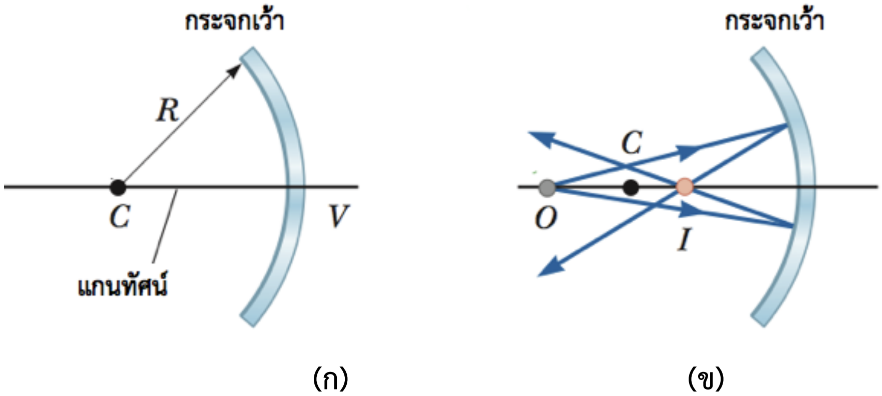
การหาระยะภาพของวัตถุที่มีขนาดและมีความสูง h ที่เกิดจากกระจกเงาราบนั้น ทำได้ง่ายๆ ด้วยเทคนิคทางเรขาคณิต โดยการสร้างแนวรังสีอย่างน้อยสองแนว ดังภาพที่ 5.10 (ข) คือลากแนวรังสีเส้นหนึ่งจากจุด P (จุดยอดของวัตถุ) สร้างแนวรังสี PQ ขนานไปกับแกนนอนไปยังกระจกเงาราบแล้วสะท้อนกลับออกมาแนวเดิม และรังสีเส้นที่สอง ลากเส้นทแยง PR และรังสีสะท้อนซึ่งเป็นไปตามกฎการสะท้อน (มุมตกกระทบเท่ากับมุมสะท้อน) หลังจากนั้นลากเส้นประต่อจากแนวของรังสีสะท้อนของทั้งสองแนวไปทางด้านหลังของกระจกเงา ซึ่งแนวเส้นประทั้งสองจะไปตัดกันที่ตำแหน่ง P' เกิดเป็น **ภาพเสมือน** และเนื่องจาก $\Delta PQR \equiv \Delta P'QR$ ซึ่งจะได้ $PQ = P'Q$ ดังนั้น ความสูงภาพ h' จึงเท่ากัความสูงของวัตถุ h นอกจากนี้แล้วภาพที่เกิดขึ้นยังกลับด้านจากซ้ายเป็นขวาและขวาเป็นซ้ายอีกด้วย

ตัวอย่างที่ 6.6 ชายคนหนึ่งสูง 180 เซนติเมตร ยืนอยู่ด้านหน้ากระจกเงาราบในระยะที่มองเห็นภาพตนเองในกระจกได้เต็มตัวพอดี ถ้านัยน์ตาของเขาอยู่ห่างจากด้านบนของศรีษะเป็นระยะ 14.0 เซนติเมตร จงหาความสูงที่น้อยสุดของกระจกที่ทำให้ชายคนนี้จะมองเห็นภาพตังเองเต็มตัว



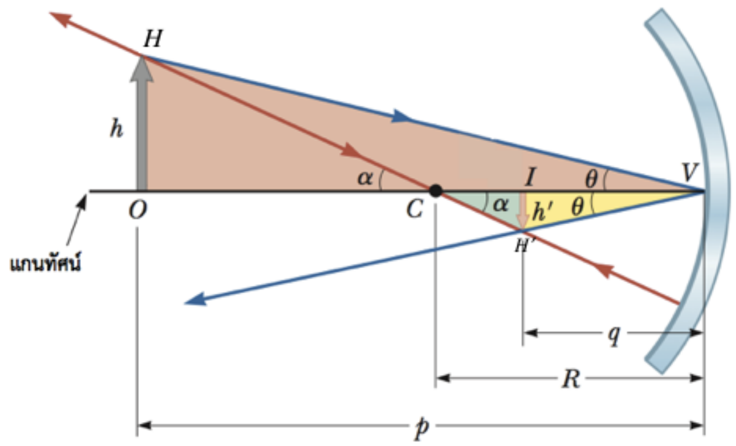
6.3.2 กระจกเว้า

ภาพที่ 6.11(ก) กระจกเว้า (Concave Mirror) รัศมี R และจุดศูนย์กลางความโค้งอยู่ที่ C และ V เป็นจุดกึ่งกลางของส่วนโค้งของกระจก แล้วจะเรียกส่วนของเส้นตรงที่ลากผ่านจุด C และ V ว่า **แกนทัศน์ (Principal axis)** พิจารณาภาพที่ 6.11(ข) วางจุดวัตถุไว้ด้านหน้ากระจกเว้าที่ตำแหน่ง O ซึ่งอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของส่วนโค้ง C เมื่อรังสีของแสงจากจุดวัตถุเดินทางไปถึงกระจกเว้าจะเกิดการสะท้อนกลับออกมาและจะมาตัดที่ด้านหน้ากระจกเว้า ทำให้เกิดเป็น **ภาพจริง (real image)** ที่ตำแหน่ง I



ภาพที่ 6.11 (ก) กระจกโค้งรัศมี R และ (ข) การเกิดภาพจริงของจุดวัตถุที่ตำแหน่ง I (College Physics 9 edition, Raymond A. Serway ; 793)

ภาพที่ 6.12 แสดงการคำนวณระยะภาพ q ของวัตถุที่อยู่ห่างจากกระจกเว้าซึ่งมีรัศมี R เป็นระยะ p เมื่อวัดจากจุด V ด้วยวิธีเรขาคณิตโดยการลากเส้นรังสีของแสงสองเส้นคือ เส้นแรก (สีแดง) ลากจากจุดยอดของวัตถุผ่านจุดศูนย์กลางของส่วนโค้ง C และไปตกกระทบบนกระจกเว้า แล้ววาดรังสีสะท้อนกลับมาในแนวเดิมและเส้นที่สอง (สีน้ำเงิน) ลากจากปลายของวัตถุมายังจุด V ของกระจกเว้า แล้ววาดรังสีสะท้อนตามกฎการสะท้อน (มุมสะท้อนเท่ากับมุมตกกระทบ) จุดที่รังสีสะท้อนทั้งสองเส้นตัดกัน คือ ภาพของจุดยอดของวัตถุ (ภาพหัวของลูกศร)



ภาพที่ 6.12 การเกิดภาพจากกระจกเว้า(College Physics 9 edition, Raymond A. Serway ; 794)

พิจารณา ΔOVH จะได้ $\tan\theta = h/p$ และ $\Delta IVH'$ จะได้ $\tan\theta = -h'/q$
เมื่อ เครื่องลบ $(-h')$ แสดงถึง ภาพมีทิศทางตรงข้ามกับวัตถุ (ภาพจริงหัวกลับ)
ดังนั้น **กำลังขยาย** M (Magnification) ของภาพ จึงหาได้จาก

$$M = \frac{h'}{h} = -\frac{q}{p} \tag{6.8}$$

และจาก ΔOCH จะได้ $\tan\alpha = \dfrac{h}{p-R}$ และ $\Delta CIH'$ จะได้ $\tan\alpha = \dfrac{-h'}{R-q}$

ดังนั้นจะได้

$$\frac{R-q}{p-R} = \frac{-h'}{h} \tag{6.9}$$

และจากสมการ (6.8) จะได้ สมการ (6.9) เป็น $\dfrac{R-q}{p-R} = \dfrac{q}{p}$

ซึ่งจะได้

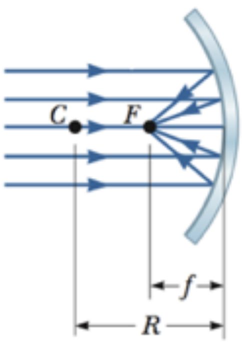
$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q} = \frac{2}{R} \tag{6.10}$$

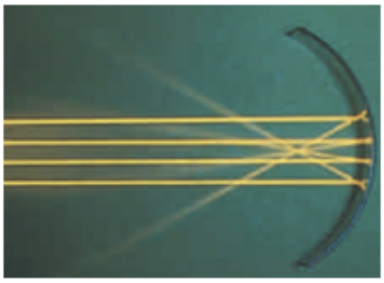
จากสมการ (6.10) พบว่า ถ้าวัตถุอยู่ไกลจากกระจกเว้ามากๆ $p \to \infty$ จะได้ $1/p \to 0$ รังสีของแสงจะขนานกับแกนทัศน์ และจะได้ $q \approx R/2$ ดังนั้นภาพที่ได้จะอยู่ที่จุดกึ่งกลางระหว่างจุดศูนย์กลางของส่วนโค้งกับจุดศูนย์กลางของกระจก ดังภาพที่ 6.13 เรียกจุดที่เกิดภาพดังกล่าวว่า **จุดโฟกัส** f (focal point) ซึ่งจะได้

$$f = \frac{R}{2} \tag{6.11}$$

ดังนั้นจะได้

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q} = \frac{1}{f} \tag{6.12}$$





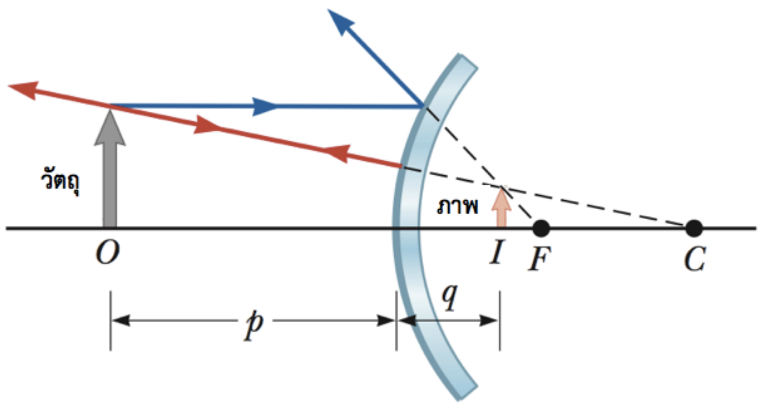
ภาพที่ 6.13 การเกิดภาพที่จุดโฟกัสของกระจกเว้า เมื่อวัตถุอยู่ไกลมากๆ รังสีของแสงจะขนานกับแกนทัศน์(College Physics 9 edition, Raymond A. Serway ; 795)

6.3.3 กระจกนูน

ภาพที่ 6.14 แสดงการเกิดภาพจากกระจกนูน (Convax Mirror) จะเห็นว่าเมื่อรังสีของแสงตกกระทบบนกระจกนูน รังสีสะท้อนจะลู่ออกดังนั้นรังสีสะท้อนจึงไม่มีโอกาสตัดกันทางด้านหน้า (ด้านเดียวกัตถุ) แต่แนวของรังสีสะท้อนจะไปตัดกันทางด้านหลังของกระจก แสดงว่าภาพที่เกิดจากกระจกนูนจึงเป็น**ภาพเสมือน (virtual image)** หัวตั้ง (upright) และโดยทั่วไปแล้วขนาดของภาพที่เกิดขึ้นจากกระจกนูนจะมีขนาดเล็กกว่าวัตถุ เสมอ นอกจากนี้สมการที่ใช้ในการอธิบายเกี่ยวกับกระจกนูนจะเหมือนกับสมการของกระจกเว้า คือ $\frac{1}{p}+\frac{1}{q} = \frac{1}{f}$

แต่เครื่องหมายที่ใช้ในสมการนั้นจะแตกต่างกัน ดังนี้

ถ้า p, q, f (และ R)อยู่ทางด้านขวา (ด้านหน้า)ของกระจก จะมีเครื่องหมายเป็นบวก (+)
แต่ถ้า p, q, f (และ R) อยู่ด้านซ้าย (ด้านหลัง)ของกระจก จะมีเครื่องหมายเป็นลบ (-)



ภาพที่ 6.14 การเกิดภาพเสมือนหัวตั้ง ขนาดเล็กกว่าวัตถุจากกระจกนูน (College Physics 9 edition, Raymond A. Serway ; 795)

เครื่องหมายที่ใช้ในการคำนวณตามสมการ (6.12) ซึ่งสามารถใช้ได้กับกระจกเงาราบ กระจกเว้า และกระจกนูน เป็นดังตารางที่ 6.2

ตารางที่ 6.2 เครื่องหมายที่ใช้ในการคำนวณสำหรับกระจก

ปริมาณ	ด้านหน้ากระจก	ด้านหลังกระจก	ภาพหัวตั้ง	ภาพหัวกลับ
ระยะวัตถุ p	+	-		
ระยะภาพ q	+	-		
ความยาวโฟกัส f	+	-		
ความสูงของภาพ h'			+	-
กำลังขยาย M			+	-

เราสามารถหาตำแหน่งและขนาดของภาพที่เกิดจากกระจกได้โดยการวาดแผนภาพไดอะแกรมรังสีเพื่อเป็นการตรวจสอบเครื่องหมายของพารามิเตอร์ต่างๆ ที่ใช้ในการคำนวณตามสมการ (6.8) และสมการ (6.12) ทั้งนี้ในการสร้างแผนภาพไดอะแกรมรังสีนั้น เราจำเป็นต้องทราบตำแหน่งของวัตถุ q และตำแหน่งของจุดศูนย์กลางความโค้ง C และในการหาตำแหน่งของภาพนั้นเราจำเป็นต้องสร้างรังสีอย่างน้อยสองเส้น เนื่องจากการตัดกันของแนวรังสีสะท้อนเพียงสองเส้นก็สามารถหาระยะภาพ q ได้ การวาดแนวรังสีสะท้อนที่สามจึงเป็นการวาดเพื่อการตรวจสอบเท่านั้น ดังภาพที่ 6.15 เราจะเห็นว่าแนวรังสีทั้งสามแนวจะเริ่มจากด้านบนของวัตถุ (หัวลูกศร) การวาดรังสีทั้งสามเส้นมีหลัก ดังนี้

เส้นที่ 1 เริ่มจากด้านบนสุดของวัตถุ วาดเส้นขนานไปกับแกนทัศน์ไปจนกระจกแล้ววาดรังสีสะท้อนผ่านจุดโฟกัส F

เส้นที่ 2 เริ่มจากด้านบนสุดของวัตถุ วาดเส้นผ่านจุดโฟกัส F ไปจนกระจกแล้ววาดรังสีสะท้อนขนานไปกับแกนทัศน์

เส้นที่ 3 เริ่มจากด้านบนสุดของวัตถุ วาดเส้นผ่านจุดศูนย์กลางความโค้ง C ไปจนกระจกแล้ววาดรังสี สะท้อนกลับมาในแนวเดิม

กรณีกระจกเว้า

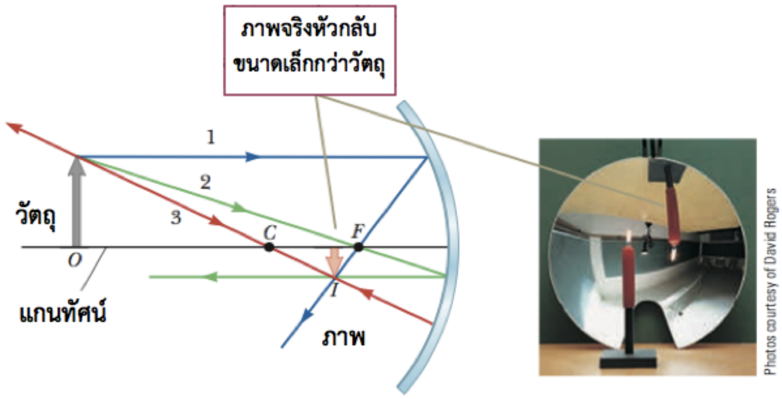
ถ้าเลื่อนวัตถุเข้าจุดโฟกัส F แล้วภาพจริงหัวกลับในภาพที่ 6.15(ก) จะเลื่อนไปทางซ้าย (ไปทาง C) และถ้าเลื่อนวัตถุไปอยู่ที่ตำแหน่งโฟกัส F จะเกิดภาพทางด้านหน้ากระจกที่ระยะอนันต์ แต่ถ้าเลื่อนวัตถุเข้าใกล้กระจกเว้าจนมีระยะอยู่ระหว่างจุดโฟกัสกับกระจก แล้วจะเกิดภาพเสมือนหัวตั้งขึ้นที่ด้านหลังกระจกเว้า และเป็นภาพที่มีขนาดเล็กกว่าวัตถุ ดังภาพที่ 6.16(ข)

กรณีกระจกนูน

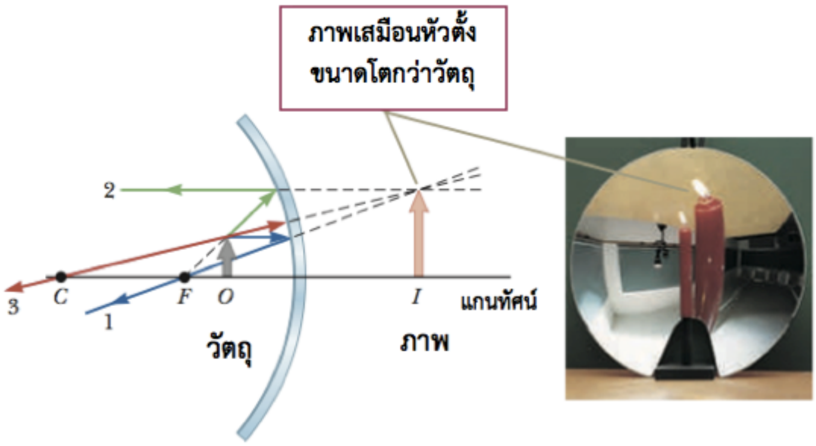
ภาพที่เกิดจากวัตถุจริงเป็นภาพเสมือนตัวตั้งเสมอ ถ้าเลื่อนวัตถุออกห่างจากกระจกนูนมากขึ้นภาพที่เกิดขึ้นจะมีขนาดลดลงและถ้าวัตถุอยู่ที่ระยะอนันต์ จะเกิดภาพเสมือนที่จุดโฟกัส F ดังนั้นจึงสรุปได้ตามตารางที่ 6.3 และภาพที่เกิดจากกระจกเว้า เป็นได้ทั้งภาพจริงหัวกลับและภาพเสมือนหัวตั้งโดยจะขึ้นอยู่กับระยะของวัตถุ ในขณะที่ภาพที่เกิดจากกระจกนูนเป็นภาพเสมือนหัวตั้งขนาดเล็กกว่าวัตถุ เสมอ

ตารางที่ 6.3 แสดงชนิดของกระจกและ เครื่องหมาย สำหรับการคำนวณ

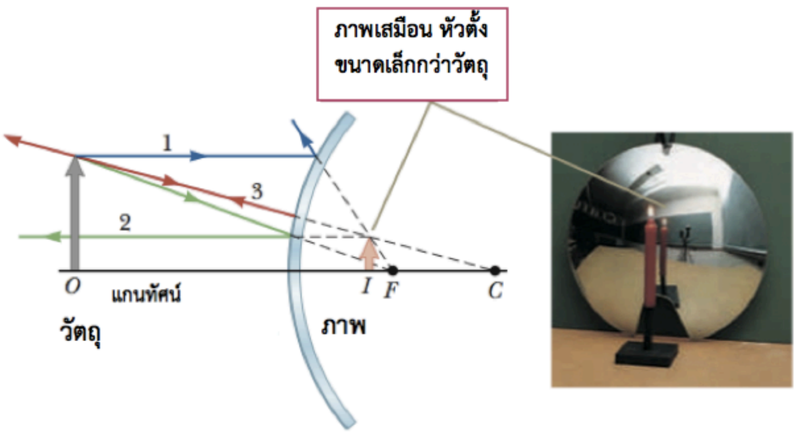
ชนิด	ระยะวัตถุ p	ระยะภาพ q	ระยะโฟกัส f	ชนิดและขนาดของภาพ
กระจกเว้า concave	+ วัตถุจริง	+ ด้านหน้า - ด้านหลัง	+	ภาพจริงหัวกลับ ขนาดเล็กกว่าวัตถุ ภาพเสมือนหัวตั้ง ขนาดโตกว่าวัตถุ
กระจกนูน convex	+ วัตถุจริง	- ด้านหลัง	-	ภาพเสมือนหัวตั้งขนาดเล็กกว่าวัตถุ



(ก)



(ข)



(ค)

ภาพที่ 6.15 การเกิดภาพจากกระจกเว้า (ก) ภาพจริงหัวกลับ (ข) ภาพเสมือนหัวตั้ง และ (ค) การเกิดภาพเสมือนหัวตั้งจากกระจกนูน (College Physics 9 edition, Raymond A. Serway ; 797)

ตัวอย่างที่ 6.7 กระจกเว้าอันหนึ่งมีความยาวโฟกัส 10.0 เซนติเมตร (ก) จงหาระยะภาพและกำลังขยาย ถ้ามีวัตถุวางอยู่ห่าง 25.0 เซนติมตร และจงหาชนิดของภาพ (ภาพจริงหรือภาพเสมือน หัวตั้งหรือหัวกลับ) และขนาดของภาพ (เล็กหรือโตกว่าวัตถุ) เมื่อวัตถุอยู่ห่างจากกระจกเว้าเป็นระยะ (ข) 10.0 เซนติเมตร และ (ค) 5.00 เซนติเมตร

วิธีทำ (ก) หาระยะภาพและกำลังขยาย เมื่อวัตถุวางอยู่ห่าง 25.0 เซนติมตร จาก $\frac{1}{p}+\frac{1}{q} = \frac{1}{f}$

(ข) หาระยะภาพและกำลังขยาย เมื่อวัตถุวางอยู่ห่าง 10.0 เซนติมตร

(ค) หาระยะภาพและกำลังขยาย เมื่อวัตถุวางอยู่ห่าง 5.00 เซนติมตร

ตัวอย่างที่ 6.8 วัตถุสูง 3.00 เซนติเมตร วางห่างจากกระจกนูน 20.0 เซนติเมตร ถ้ากระจกนูนมีขนาดของความยาวโฟกัส 8.00 เซนติเมตร แล้ว จงหา (ก) จงหาระยะภาพ (ข) กำลังขยายของกระจก และ (ค) ความสูงของภาพ

ตัวอย่างที่ 6.9 ถ้าหญิงคนหนึ่งยืนฉ่องกระจกห่าง 40.0 เซนติเมตร ปรากฏว่าเกิดภาพหัวตั้งขนาดความสูงเป็นสองเท่า แล้ว จงหาความยาวโฟกัสของกระจกดังกล่าว

6.4 การเกิดภาพจากการหักเห

ในหัวข้อนี้จะหล่าวถึงการเกิดภาพจากการหักเหภายในผิวของทรงกลม พิจารณาตัวกลางโปร่งแสงสองชนิดซึ่งมีดัชนีหักเหเป็น n_1 และ n_2 เมื่อรอยต่อของทั้งสองตัวกลางเป็นทรงกลมรัศมี R ดังภาพที่ 6.16 โดยกำหนดให้ตัวกลางทางขวามีค่าดัชนีหักเหสูงกว่าตัวกลางทรงด้านซ้าย $n_2 > n_1$ ตัวอย่างเช่น แสงเดินทางจากอากาศไปยังแก้ว หรือ แสงเดินทางจากอากาศเข้าไปในตู้ปลา

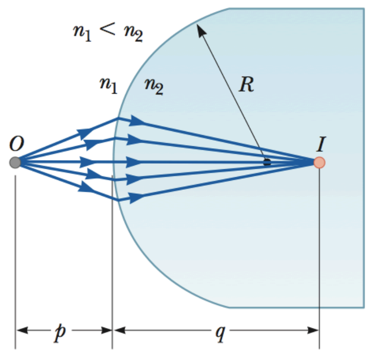
เมื่อรังสีจากวัตถุซึ่งอยู่ที่ตำแหน่ง O ตกกระทบผิวของทรงกลม รังสีที่ทะลุผ่านเข้าไปในผิวของทรงกลมจะหักเหและไปรวมกันที่ตำแหน่ง I เมื่อใช้กฎของสเนลล์และเทคนิคทางเรขาคณิตหาความสัมพันธ์ของระยะวัตถุ p ระยะภาพ q และรัศมีของส่วนโค้ง R ได้เป็น

$$\frac{n_1}{p}+\frac{n_2}{q} = \frac{n_2-n_1}{R} \tag{6.13}$$

และกำลังขยายของผิวหักเห

$$M = \frac{h'}{h} = -\frac{n_1 q}{n_2 p} \tag{6.14}$$

เมื่อวัตถุอยู่ในตัวกลางซึ่งมีดัชนีหักเห n_1 และภาพเกิดที่ตัวกลางดัชนีหักเห n_2 และใช้เครื่องในการคำนวณตามตารางที่ 6.4



ภาพที่ 6.16 การเกิดภาพจากการหักเหภายในผิวทรงกลม
(College Physics 9 edition, Raymond A. Serway ; 801)

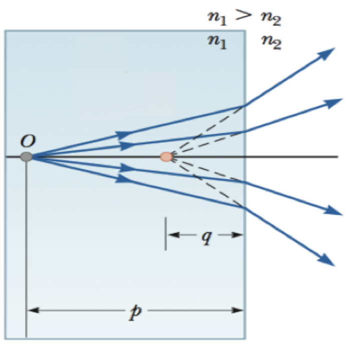
ตารางที่ 6.4 เครื่องหมายที่ใช้ในการคำนวณสำหรับผิวหักเห

ปริมาณ	ด้านหน้า	ด้านหลังกระจก	ภาพหัวตั้ง	ภาพหัวกลับ
ระยะวัตถุ p	+	-		
ระยะภาพ q	-	+		
รัศมี R	-	+		
ความสูงของภาพ h'			+	-

กรณีที่ผิวหักเหเป็นผิวราบเรียบ (flat refracting surface) คือ ผิวทรงกลมที่มีรัศมี $R \to \infty$ ดังนั้น สมการ (6.13) จึงเป็น $\frac{n_1}{p} = -\frac{n_2}{q}$ ดังนั้นจะได้ระยะภาพ q

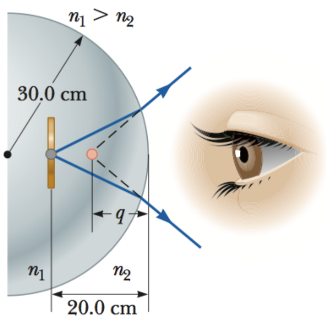
$$q = -\frac{n_2}{n_1}p \qquad (6.15)$$

จากสมการ (6.15) เราจะเห็นว่าเครื่องหมายของ q นั้นจะตรงข้ามกับ p ดังนั้นภาพที่เกิดจากผิวราบจึงอยู่ด้านเดียวกับวัตถุดังภาพที่ 6.17 กรณีที่ $n_1 > n_2$ จะเกิดภาพเสมือนอยู่ระหว่างวัตถุกับผิวราบนั้น

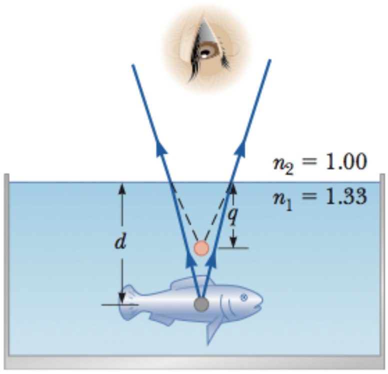


ภาพที่ 6.17 ภาพจากการหักเหภายในผิวราบ (College Physics 9 edition, Raymond A. Serway ; 802)

ตัวอย่างที่ 6.10 เหรียญอันหนึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 2.00 เซนติเมตร ฝังอยู่ในลูกแก้วทรงกลมที่มีดัชนีหักเห 1.50 ถ้าลูกแก้วมีรัศมี 30.0 เซนติเมตรและเหรียญอยู่ลึกจากผิวของลูกแก้ว 20.0 เซนติเมตร ดังรูป แล้ว จงหาระยะภาพและความสูงของเหรียญ



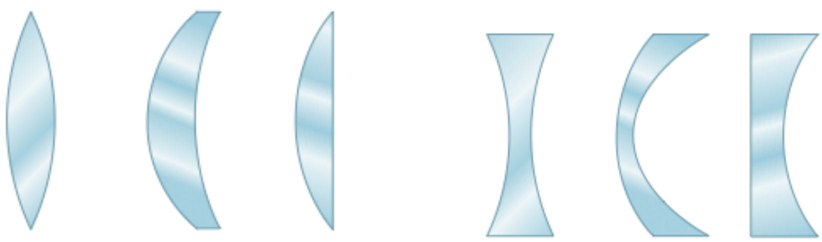
ตัวอย่างที่ 6.11 ปลาตัวหนึ่งว่ายอยู่ในสระน้ำ ลึกจากผิวน้ำเป็นระยะ d (ก) จงหาความลึกปรากฏของปลาเมื่อมองในแนวดิ่ง และ (ข) ถ้าปลามีความยาว 12.0 เซนติเมตร แล้วจงหาขนาดภาพของปลาดังกล่าว



6.5 เลนส์บาง

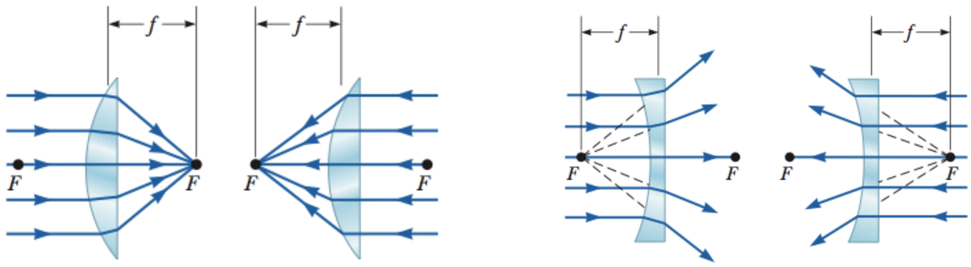
เลนส์บาง (thin lens) ประกอบด้วยแก้วหรือพลาสติกที่มีผิวหักเหสองด้าน อาจมีด้านใดด้านหนึ่งเป็นระนาบหรือเป็นทรงกลมทั้งสองด้าน ทั้งนี้ภาพจากเลนส์นูนเป็นภาพที่เกิดจากการหักเหของแสง และเลนส์เป็นอุปกรณ์ทางแสงที่ใช้ในกล้องถ่ายรูป กล้องโทรทัศน์ และกล้องจุลทัศน์ เป็นต้น

รูปร่างของเลนส์แบ่งออกเป็นสองชนิด คือ เลนส์ที่ปริเวณตรงกลางมีความหน้ามากกว่าขอบซึ่งเป็น เลนส์รวมแสง (converging lenses) ดังภาพที่ 6.18(ก) และเลนส์ที่บริเวณขอบหนากว่ากลางเลนส์ ซึ่งเป็นเลนส์กระจายแสง (diverging lenses) ดังภาพที่ 6.18(ข)



(ก) (ข)

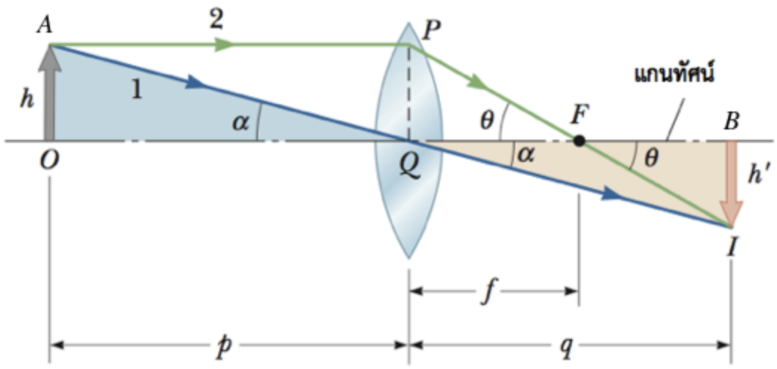
ภาพที่ 6.18 เลนส์รูปทรงต่างๆ (ก) เลนส์รวมแสงโฟกัสเป็นบวก และ (ข) เลนส์กระจายรแสงโฟกัสเป็นลบ (College Physics 9 edition, Raymond A. Serway ; 805)



ภาพที่ 6.19 แสดงจุดโฟกัสของ (ก) เลนส์นูน และ (ข) เลนสเว้า (College Physics 9 edition, Raymond A. Serway ; 805)

เมื่อรังสีขนานต่างๆ เดินทางมาถึงเลนส์นูนซึ่งเป็นเลนส์รวมแสง ดังนั้นรังสีทั้งหมดจะหักเหไปตัดกันที่จุดๆ หนึ่ง ซึ่งเรียกว่า **จุดโฟกัส(focal point ; f)** และเป็นจุดที่มีทั้งสองด้านของเลนส์ ดังภาพที่ 6.19(ก) แต่ถ้ารังสีตกกระทบเลนส์เว้า รังสีทั้งหมดจะลู่ออก ดังภาพที่ 6.19(ข) และถ้าวาดเส้นตามแนวรังสีที่ลู่ออกย้อยไปทางเดิมจะพบว่าแนวรังสีจะไปตัดกันที่จุดโฟกัสเหมือนกัน

ภาพที่ 6.20 แสดงการเกิดภาพจากเลนส์นูนโดยการวาดแนวรังสีจากด้านบนของวัตถุที่อยู่ที่ตำแหน่ง O ไปยังจุดศูนย์กลางเลนส์ (รังสี 1) และทะลุผ่านเลนส์ออกไปในแนวเดิม และวาดรังสี 2 จากด้านบนของวัตถุขนานกับแกนทัศน์ มาจนถึงเลนส์นูน แล้ววาดรังสีหักเหเข้าไปยังตำแหน่ง F (จุดโฟกัสของเลนส์นูน) และวาดต่อไปจนตัดกับแนวรังสี 1 ตำแหน่งที่รังสีทั้งสองตัดกัน คือจุดยอดหรือด้านบนของภาพที่เกิดขึ้น



ภาพที่ 6.20 แผนภาพแสดงโครงสร้างในการหาสมการเลนส์บาง
(College Physics 9 edition, Raymond A. Serway ; 806)

พิจาณา ΔOQA และ ΔQBI ในภาพที่ 6.20 จะได้ $\tan\alpha = \dfrac{h}{p}$ และ $\tan\alpha = -\dfrac{h'}{p}$ ตามลำดับ และจะได้ กำลังขยายของเลนส์ M เป็น

$$M = \frac{h'}{h} = -\frac{q}{p} \qquad (6.16)$$

จะเห็นว่าสมการที่ใช้ในการหากำลังขยายของเลนส์จะเหมือนกับสมการการหากำลังของกระจกโค้ง

และนอกจากนี้ จากภาพที่ 6.20 จะพบว่า $\tan\theta = \frac{PQ}{f} = \frac{h}{f}$ หรือ $\tan\theta = -\frac{h'}{q-f}$

จะได้ $\frac{h}{f} = -\frac{h'}{q-f}$ หรือ $\frac{h'}{h} = -\frac{q-f}{f}$ และจากสมการ (6.14) จะได้

$$\frac{q}{p} = \frac{q-f}{f} \quad \text{หรือ} \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \tag{6.17}$$

เรียกสมการ (6.17) ว่า สมการเลนส์บาง (thin-lens equation) ซึ่งสามารถใช้ได้ทั้งเลนส์นูนและเลนส์เว้า เว้นแต่เครื่องหมายซึ่งเป็นไปตามตารางที่ 6.5

ตารางที่ 6.5 เครื่องหมายที่ใช้ในการคำนวณสำหรับเลนส์บาง

ปริมาณ	ด้านหน้า	ด้านหลังกระจก	เลนส์นูน	เลนส์เว้า
ระยะวัตถุ p	+	-		
ระยะภาพ q	-	+		
รัศมี R_1, R_2	-	+		
ความยาวโฟกั f			+	-

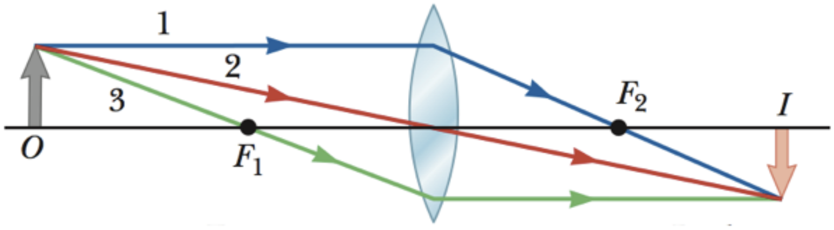
ข้อสังเกต ความยาวโฟกัสของเลนส์นูน จะเป็น บวก และความยาวของโฟกัสเป็น ลบ

ความยาวโฟกัสของเลนส์ซึ่งวางอยู่ในอากาศ และมีรัศมีความโค้งทางด้านหน้าและด้านหลังเลนส์เป็น R_1 และ R_2 ตามลำดับ และ เลนส์ทำจากวัตถุที่มีดัชนีหักเห n จะได้

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \tag{6.18}$$

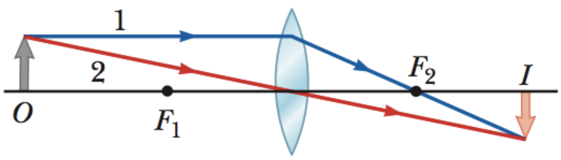
การหาระยะภาพของเลนส์นูน โดยการวาดแนวรังสี ดังภาพที่ 6.21 สามารถทำได้ดังนี้

1. วาดรังสีขนานกับแกนทัศน์ **(รังสี 1)** จากด้านบนของวัตถุไปยังเลนส์ แล้วหักเหผ่านจุดโฟกัสของเลนส์ที่อยู่ด้านตรงข้ามกับวัตถุ
2. วาดรังสีเส้นที่สอง **(รังสี 2)** จากด้านบนของวัตถุไปยังจุดกึ่งกลางเลนส์ แล้วทะลุผ่านเลยไป
3. วาดรังสีเส้นที่สาม **(รังสี 3)** จากด้านบนของวัตถุไปผ่านจุดโฟกัสที่อยู่ด้านเดียวกับวัตถุ จนไปถึงเลนส์ แล้ววาดรังสีหักเหออกจากเลนส์ขนานกับแกนทัศน์

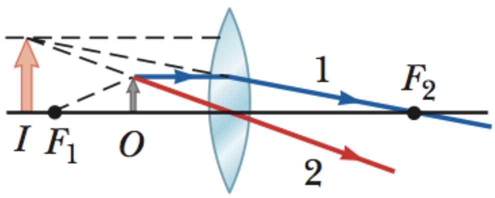


ภาพที่ 6.21 แผนภาพไดอะแกรมเพื่อหาตำแหน่งภาพซึ่งเกิดจากเลนส์นูน (College Physics 9 edition, Raymond A. Serway ; 807)

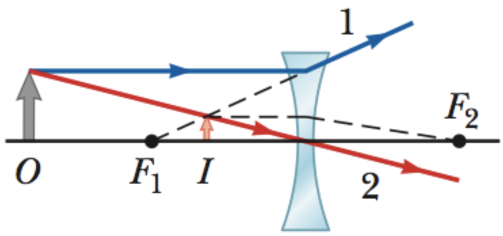
ภาพที่เกิดจากเลนส์บางเป็นได้ทั้งภาพจริงและภาพเสมือนขึ้นอยู่กับชนิดของเลนส์ ว่าเป็นเลนส์นูนหรือเลนส์เว้า และขึ้นอยู่กับระยะวัตถุว่าอยู่ห่างจากเลนส์นูนมากกว่าระยะโฟกัสหรือไม่ ดังแสดงในภาพที่ 6.22 และ **สูตรที่ใช้ในการคำนวณก็เป็นไปตามสมการ (6.17)** แต่อย่างไรก็ตามจะแตกต่างกันตรงการกำหนดเครื่องหมาย ซึ่งเป็นไปตามตารางที่ 6.5 ถ้าภาพที่เกิดอยู่ด้านหลังเลนส์ (ด้านตรงข้ามกับที่วัตถุวางอยู่) จะเป็นภาพจริงหัวกลับ แต่ถ้าภาพอยู่ด้านเดียวกับวัตถุ (อยู่หน้าเลนส์) จะเกิด ภาพเสมือนหัวตั้ง และการเกิดภาพจากเลนส์นูน (converging lens) ขึ้นอยู่กับตำแหน่งหรือระยะห่างของวัตถุและความยาวโฟกัสของเลนส์ สรุปได้ดังตารางที่ 6.6 ในขณะที่ ภาพที่เกิดจากเลนส์เว้า(diverging lens) ไม่ว่าจะวางวัตถุที่ระยะใดๆ ห่างจากเลนส์ พบว่า จะได้ภาพเสมือนขนาดเล็กกว่าวัตถุ และอยู่หน้าเลนส์เสมอ



(ก) ภาพจริงหัวกลับ เมื่อระยะวัตถุมีขนาดมากกว่าความยาวโฟกัสของเลนส์นูน $p > f$



(ข) ภาพเสมือนหัวตั้งขนาดโตกว่าวัตถุ เมื่อระยะวัตถุมีขนาดน้อยกว่าความยาวโฟกัสของเลนส์นูน $p < f$



(ค) ภาพเสมือนหัวตั้ง ขนาดเล็กกว่าวัตถุ เมื่อระยะวัตถุมีขนาดมากกว่าความยาวโฟกัสของเลนส์เว้า $p > f$

ภาพที่ 6.22 (ก) การเกิดภาพจริงจากเลนส์นูน (ข) การเกิดภาพเสมือนจากเลนส์นูน และ (ค) การเกิดภาพเสมือนจากเลนส์เว้า (College Physics 9 edition, Raymond A. Serway ; 807)

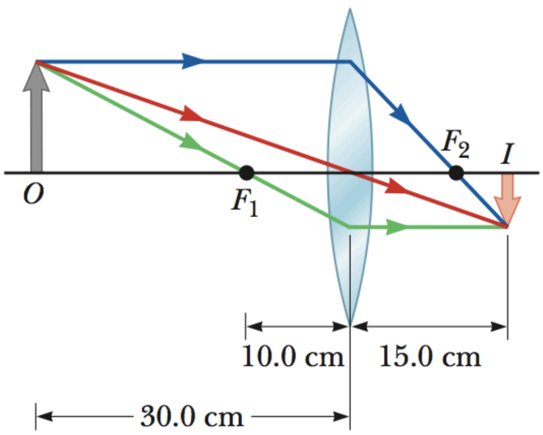
ตารางที่ 6.6 สรุปการเกิดภาพจากเลนส์นูน

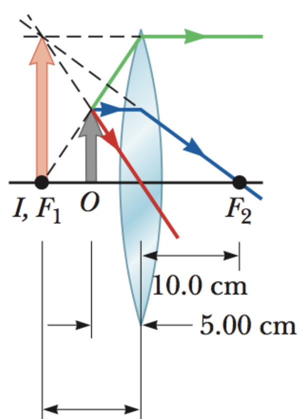
ระยะวัตถุ p	ระยะภาพ q	ชนิดภาพ
อนันต์ ∞	จุดโฟกัส	จุด
$p > 2f$	$2f > q > f$	ภาพจริง หัวกลับ ขนาดเล็กกว่าวัตถุ
$p = 2f = R$	$q = 2f = R$	ภาพจริง หัวกลับขนาดเท่ากับวัตถุ
$f < p < R$	$q > 2f$	ภาพจริง หัวกลับขนาดโตกว่าวัตถุ
$p = f$	∞	-
$p < f$	$q > f$ ด้านหน้าเลนส์	ภาพเสมือน หัวตั้ง ขนาดโตกว่าวัตถุ

ตัวอย่างที่ 6.12 เลนส์นูนอันหนึ่งมีความยาวโฟกัส 10.0 เซนติเมตร จงหาชนิดของภาพ ระยะภาพ และกำลังขยายของเลนส์ เมื่อ

(ก) วัตถุอยู่ห่างเลนส์ 30.0 เซนติเมตร (ข) วัตถุอยู่ห่างเลนส์ 20.0 เซนติเมตร

(ค) วัตถุอยู่ห่างเลนส์ 10.0 เซนติเมตร (ง) วัตถุอยู่ห่างเลนส์ 5.00 เซนติเมตร

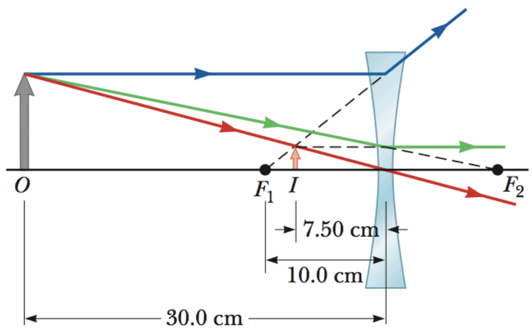



I, F1
O
F2
10.0 cm
5.00 cm
10.0 cm

ตัวอย่างที่ 6.13 เลนส์เว้าอันหนึ่งมีความยาวโฟกัส 10.0 เซนติเมตร จงหาชนิดของภาพ ระยะภาพ และกำลังขยายของเลนส์ เมื่อ

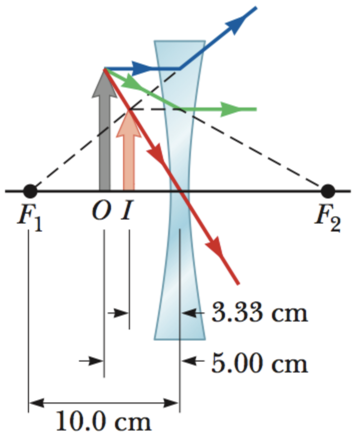
(ก) วัตถุอยู่ห่างเลนส์ 30.0 เซนติเมตร (ข) วัตถุอยู่ห่างเลนส์ 20.0 เซนติเมตร

(ค) วัตถุอยู่ห่างเลนส์ 10.0 เซนติเมตร (ง) วัตถุอยู่ห่างเลนส์ 5.00 เซนติเมตร



(ข) หาระยะภาพเมื่อวัตถุอยู่ห่างเลนส์ 20.0 เซนติเมตร

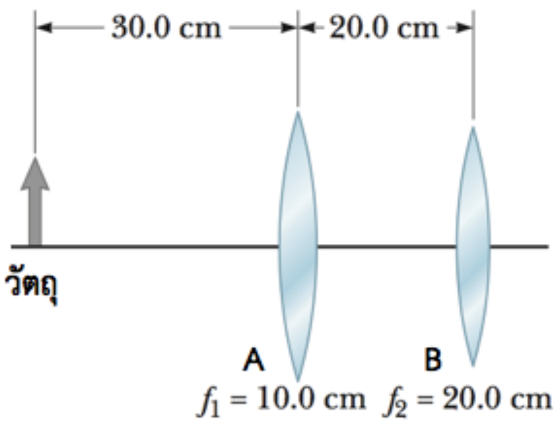
(ง) หาระยะภาพเมื่อวัตถุอยู่ห่างเลนส์ 5.00 เซนติเมตร



ตัวอย่างที่ 6.14 เลนส์นูนสองอันวางห่างกัน 20.0 เซนติเมตร ดังภาพที่ 6.23 มีวัตถุวางห่างเลนส์ A ไป ทางด้านซ้าย 30.0 เซนติเมตร

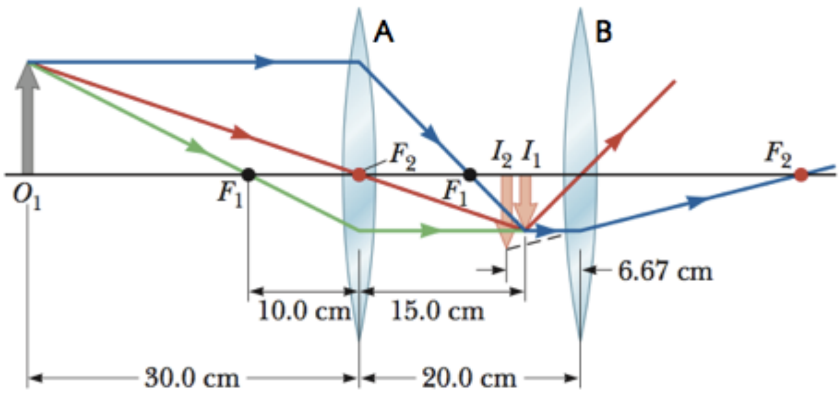
(ก) ถ้าเลนส์ A มีความยาวโฟกัส 10.0 เซนติเมตร จงหาระยะภาพและกำลังขยายของเลนส์ A

(ข) ถ้าเลนส์ B มีความยาวโฟกัส 20.0 เซนติเมตร จงหาระยะภาพจากเลนส์ B และกำลังขยายรวม



ภาพที่ 6.23 การเกิดภาพจากเลนส์นูนสองอัน

วิธีทำ (ก) หาระยะภาพและกำลังขยายของเลนส์ A เมื่อเลนส์ A มีความยาวโฟกัส 10.0 เซนติเมตร



ตัวอย่างที่ 6.15 จงหาระยะวัตถุและความยาวโฟกัสของลนส์นูนอันหนึ่งที่ทำให้เกิดภาพขนาด 1.75 เท่าของวัตถุ บนฉากรับภาพซึ่งอยู่ห่างจากเลนส์นูน 21.0 เซนติเมตร

แบบฝึกหัดประจำบทที่ 6

1) ถ้าฉายแสงความยาวคลื่น 495 นาโนเมตร เข้าไปในของเหลวชนิดหนึ่งปรากฏว่า ความยาวคลื่นของแสงลดลงเป็น 434 นาโนเมตร แล้ว จงหาดัชนีหักเหของของเหลวดังกล่าว

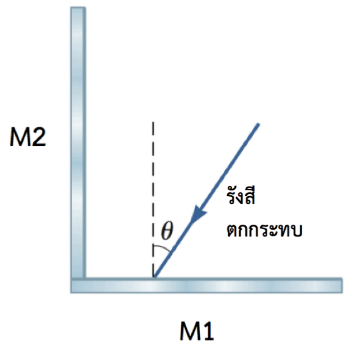
2) คาร์บอนซัลไฟด์เหลว $n = 1.63$ บรรจุอยู่ในภาชนะซึ่งทำจากกระจกคราวน์ $n = 1.52$ จงหามุมวิกฤตที่ทำให้เกิดการสะท้อนกลับหมดภายในของเหลวเมื่อแสงเดินทางตกกระทบรอยต่อของเหลวกับกระจก

3) เมื่อแสงเดินทางจากตัวกลางที่มีดัชนีหักเห n_1 เข้าไปยังตัวกลางที่มีดัชนีหักเห n_2 จงอธิบายการหักเหของแสงที่เกิดขึ้นภายใต้เงื่อนไข $n_1 > n_2$ และ $n_2 > n_1$

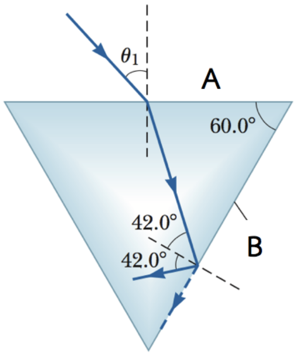
4) จงหาอัตราเร็วของแสง เมื่อ แสงเดินทางผ่านตัวกลาง เป็น
   4.1) น้ำ   4.2) กระจกคราวน์   4.3) เพชร

5) รังสีแสงเดินทางจากอากาศเข้าไปยังอีกตัวกลางหนึ่ง ด้วยมุมตกกระทบ 45 องศากับเส้นปกติ แล้วจงหามุมหักเหที่เกิดขึ้น ถ้าตัวกลางนั้น เป็น
   5.1) ฟิวซ์ควอตซ์   5.2) คาร์บอนซัลไฟด์   5.3) น้ำ

6) กระจกสองอันวางตั้งฉากซึ่งกันและกัน ดังภาพ ถ้ารังสีแสงตกกระทบกระจก M1 ทำมุม θ กับแนวดิ่ง แล้วจงใช้กฎการสะท้อนและเรขาคณิตแสดงให้เห็นว่ารังสีสะท้อนที่กระจก M2 ขนานกับรังสีตกกระทบ



7) จากภาพที่ จงหามุมตกกระทบ θ_1 ที่ด้าน A ซึ่งทำให้เกิดมุมวิกฤตที่ด้าน B



8) กระจกเว้าอันหนึ่งมีความยาวโฟกัส 20.0 เซนติเมตร จงหาระยะภาพ กำลังขยายของกระจก ชนิดของภาพ(ภาพจริง/ภาพเสมือน หัวตั้ง/หัวกลับ) และขนาดของภาพ(เล็ก/โตกว่าวัตถุ) ถ้ามีวัตถุวางอยู่ห่าง

8.1) 25.0 ซนติมตร 82) 40.0 ซนติมตร

8.3) 20.0 ซนติมตร 8.4) 10.0 ซนติมตร

9) วัตถุสูง 3.00 เซนติเมตร วางห่างจากกระจกนูน 4.00 เซนติเมตร ถ้ากระจกนูนมีขนาดของความยาวโฟกัส 8.00 เซนติเมตร แล้ว จงหา

9.1) ระยะภาพ 9.2) กำลังขยายของกระจก 9.3) ความสูงของภาพ

10) ชาวประมงคนหนึ่งมองเห็นปลาบึกตัวหนึ่งว่ายอยู่ในน้ำ ลึกจากผิวน้ำเป็นระยะ 1.50 เมตร จงหาความลึกจริงของปลาตัวดังกล่าว

บทที่ 7
นิวเคลียร์ฟิสิกส์เบื้องต้น
Introduction to Nuclear Physics

นิวเคลียส (Nucleus) ของอะตอมของธาตุต่างๆ ประกอบด้วยอนุภาคสองชนิด คือ โปรตอน (proton) และนิวตรอน (neutron) อยู่ร่วมกันที่ศูนย์กลางของอะตอม(ยกเว้นไฮโดรเจนที่อะตอมประกอบด้วยโปรตอนเพียงหนึ่งอนุภาคเท่านั้น)โดยจะเรียกอนุภาคทั้งสองที่อยู่ร่วมกันนี้ว่า **นิวคลีออน (nucleon)** ทั้งนี้ธาตุต่างๆ จะมีจำนวนนิวคลีออนที่แตกต่างกันออกไปไป เช่น ฮีเลียมหนึ่งอะตอมประกอบด้วยโปรตรอนและนิวตรอนอย่างละ 2 อนุภาค ในขณะที่ออกซิเจนหนึ่งอะตอมประกอบด้วยโปรตอนและนิวตรอนอย่างๆ ละ 8 อนุภาค เป็นต้น

7.1 โครงสร้างนิวเคลียส

การอธิบายถึงโครงสร้าง จำนวนโปรตอนและนิวตรอนภายในนิวเคลียสและชนิดของธาตุนั้นเราจะกำหนดสัญลักษณ์แทนปริมาณต่างๆ ดังนี้

เลขอะตอม Z (atomic number) คือสัญลักษณ์หรือตัวเลขที่บอกจำนวนโปรตอน

เลขนิวตรอน N (neutron number) คือสัญลักษณ์หรือตัวเลขที่บอกจำนวนนิวตรอน

เลขมวล A (mass number) คือสัญลักษณ์หรือเลขที่บอกจำนวนนิวคลีออนภายในนิวเคลียส (โปรตอนและนิวตรอน) นั่นคือ $A = Z + N$

ดังนั้น สัญลักษณ์นิวเคลียสจึงเขียนได้เป็น ${}^{A}_{Z}X$ เมื่อ X คือ สัญลักษณ์ทางเคมีของธาตุ เช่น

${}^{27}_{13}Al$ คืออะลูมิเนียมอะตอมที่มีเลขมวล 27 และเลขอะตอม 13 นั่นคือ ภายในนิวเคลียสจะประกอบด้วยโปรตอนจำนวน 13 อนุภาคและนิวตรอน 14 อนุภาค

${}^{58}_{26}Ni^{2+}$ คือนิเกิลอะตอมที่มีเลขมวล 58 และเลขอะตอม 26 นั่นคือ ภายในนิวเคลียสจะประกอบด้วยโปรตอนจำนวน 26 อนุภาคและนิวตรอน 32 อนุภาค

${}^{35}_{17}Cl^{2-}$ คือคลอรีนอะตอมที่มีเลขมวล 35 และเลขอะตอม 17 นั่นคือ ภายในนิวเคลียสประกอบด้วยโปรตอนจำนวน 17 อนุภาค และนิวตรอน 18 อนุภาค

ถ้าภายในนิวเคลียสของอะตอมของธาตุใดๆ มีจำนวนโปรตอนเท่ากัน แต่มีจำนวนนิวตรอนแตกต่างกัน เราจะเรียกธาตุเหล่านั้นว่า **ไอโซโทป (Isotope)** นั่นคือ ไอโซโทปของธาตุจึงมีเลขอะตอม Z เท่ากัน แต่มีเลขอะตอม A และเลขนิวตรอน N แตกต่างกัน เช่น คาร์บอนมี 4 ไอโซโทป ประกอบด้วย ${}^{11}_{6}C$, ${}^{12}_{6}C$, ${}^{13}_{6}C$ และ ${}^{14}_{6}C$ ซึ่งคาร์บอนไอโซโทปต่างๆ ในธรรมชาติมีไอโซโทป ${}^{12}_{6}C$ ประมาณ 98.9% แต่ไอโซโทป ${}^{13}_{6}C$ มีประมาณ 1.1% ในขณะที่ ไอโซโทปของธาตุบางชนิดไม่มีอยู่จริงในธรรมชาติ แต่สามารถสร้างขึ้นได้ในห้องปฏิบัติการปฏิกรณ์นิวเคลียร์ เช่น ไฮโดรเจนมี 3 ไอโซโทป คือ ${}^{1}_{1}H$ ไฮโดรเจน ${}^{2}_{1}H$ ดิวเทอเรียม และ ${}^{3}_{1}H$ ไตรเตียม เป็นต้น

7.1.1 ประจุ มวล และขนาดของนิวเคลียส

โปรตอนเป็นประจุบวกมีมวลประมาณ 1.6726×10^{-27} กิโลกรัม แต่อิเล็กตรอนเป็นประจุลบที่มีมวลประมาณ 9.109×10^{-31} กิโลกรัม จะเห็นว่าโปรตอนมีมวลมากกว่าอิเล็กตรอนประมาณ 1836 เท่า ในขณะที่นิวตรอนเป็นกลางทางไฟฟ้า (ไม่มีประจุ) จึงยากที่จะตวจวัดและนิวตรอนีมวลประมาณ 1.6750×10^{-27} กิโลกรัม ซึ่งเป็นค่าที่ใกล้เคียงกับมวลของโปรตอน ดังนั้นเพื่อให้ง่ายต่อความเข้าใจถึงขนาดหรือมวลของอะตอมจะกำหนดหน่วยของมวลเป็น u **(unified mass unit)** โดยที่

$$1\ \mathrm{u} = 1.660\times10^{-27}\,\mathrm{kg} \tag{7.1}$$

ดังนั้นมวลของคาร์บอนหนึ่งอะตอม $^{12}\mathrm{C}$ จึงเท่ากับ 12 u มวลของโปรตอนและนิวตรอนจึงมีค่าประมาณ 1 u แต่มวลของอิเล็กตรอนจะมีค่าน้อยมากในหน่วย u ดังตารางที่ 7.1

เราสามารถอธิบาย มวลของอนุภาคในรูปของพลังงานได้จาก $E_R = mc^2$ ดังนั้นพลังงานของมวล 1 u จะมีค่าเป็น

$$E_R = (1.660\times10^{-27}\mathrm{kg})(2.998\times10^{8}\mathrm{m/s})^2 = 1.492\times10^{-10}\,\mathrm{J}$$

หรือ $= 931.5\ \mathrm{MeV}$

เมื่อพลังงาน $1.0\mathrm{eV} = 1.6\times10^{-19}\,\mathrm{J}$ ดังนั้นจะได้

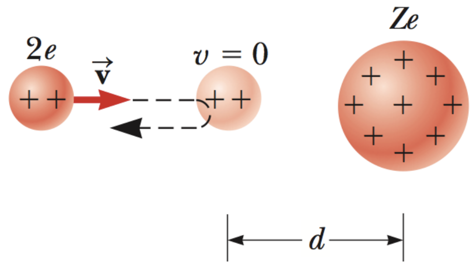
$$1\ \mathrm{u} = 931.5\ \mathrm{MeV}/c^2 \tag{7.2}$$

ตารางที่ 7.1 แสดงมวลของโปรตอน นิวตรอนและอิเล็กตรอน ในหน่วยต่างๆ

อนุภาค	มวล		
	kg	u	MeV/c^2
โปรตอน (Proton)	1.6726×10^{-27}	1.007276	938.28
นิวตรอน (Neutron)	1.6750×10^{-27}	1.008665	939.57
อิเล็กตรอน (Electron)	9.109×10^{-31}	5.486×10^{-4}	0.511

(College Physics, Raymond A. , 9 edition, Serway ;958)

รัทเทอร์ฟอร์ด (Ernest Rutherford ,1987- 1937) นักฟิสิกส์ชาวนิวซีแลนด์ พบว่าเมื่อยิงอนุภาคอัลฟาเข้าไปในแผ่นทองคำบาง อนุภาคอัลฟาจะเคลื่อนที่ตรงเข้าไปหานิวเคลียสจะสะท้อนกลับด้วยแรงผลักเป็นไปตามกฎของคูลอมบ์ ถ้าพิจารณาว่า อนุภาคอัลฟามีพลังงานจลน์เท่ากับ $\frac{1}{2}mv^2$ เปลี่ยนเป็นพลังงานศักย์ไฟฟ้า $k_e\dfrac{q_1q_2}{r}$ อย่างสมบูรณ์เมื่ออนุภาคหยุดนิ่งใกล้นิวเคลียสมากที่สุดก่อนที่จะสะท้อนกลับ ดังภาพที่ 7.1



ภาพที่ 7.1 อนุภาคอัลฟา ($^{2}_{4}\mathrm{He}$) เคลื่อนที่เข้าใกล้นิวเคลียสที่มีประจุ Ze

(College Physics, Raymond A. , 9 edition, Serway ;958)

จากกฎอนุรักษ์พลังงาน จะได้

$$\frac{1}{2}mv^2 = k_e\frac{(2e)(ze)}{d} \qquad (7.3)$$

เมื่อ d คือ ระยะที่ใกล้ที่สุดที่อนุภาคอัลฟาจะเข้าใกล้นิวเคลียสได้ ดังนั้นจะได้

$$d = \frac{4k_e e^2}{mv^2} \qquad (7.4)$$

จากสมการ (7.3) รัทเทอร์ฟอร์ด พบว่าอนุภาคอัลฟาสามารถเคลื่อนที่เข้าใกล้นิวเคลียสของอะตอมของทองคำได้ในระยะประมาณ 3.2×10^{-14} เมตร ซึ่งนั่นหมายถึง ขนาดนิวเคลียสของอะตอมของทองคำจะต้องมีรัศมีน้อยกว่า 3.2×10^{-14} เมตร ในขณะที่ อนุภาคอัลฟาสามารถเคลื่อนที่เข้าใกล้นิวเคลียสของอะตอมของเงินได้ในระยะประมาณ 2.0×10^{-14} เมตร ดังนั้น รัทเทอร์ฟอร์ดจึงสรุปว่าประจุบวกในอะตอมเป็นทรงกลมขนาดเล็กที่มีรัศมีไม่เกิน 10^{-14} เมตร (หรือประมาณ 10 เฟมโต; $1\ \mathrm{fm} = 10^{-15}\,\mathrm{m}$) เมื่อรัทเทอร์ฟอร์ดทดลองกับอะตอมของธาตุอื่นๆ รัทเทอร์ฟอร์ดสรุปได้ว่า นิวเคลียสของอะตอมของธาตุใดๆ มีรัศมีเป็น

$$r = r_0\mathrm{A}^{1/3} \qquad (7.5)$$

เมื่อ $r_0 = 1.2\times10^{-15}$ เมตร และ A คือ เลขมวลหรือจำนวนนิวคลีออน

7.1.2 พลังงานยึดเหนี่ยว

มวลรวมของนิวเคลียสมีค่าน้อยกว่าผลรวมระหว่างมวลโปรตอนและมวลนิวตรอนเสมอ ดังนั้น พลังงานรวมของระบบจึงมีค่าน้อยกว่าผลรวมของพลังงานของแต่ละนิวคลีออนด้วย เพราะมวลและพลังงานมีความสัมพันธ์กัน ดังกล่าวมาแล้วในหัวข้อ 7.1.1

พลังงานยึดเหนี่ยว (binding energy) คือ พลังงานที่ใช้ในการยึดเหนี่ยวโปรตอนและนิวตรอนให้อยู่ร่วมกันภายในนิวเคลียส หาได้จาก ผลต่างของพลังงานรวมของระบบกับผลรวมของพลังงานของแต่ละนิวคลีออน

ตัวอย่างที่ 7.1 จงหาพลังงานยึดเหนี่ยว (E_b) ของนิวเคลียสของดิวเทอเรียมอะตอมซึ่งประกอบด้วยโปรตอนและนิวตรอนอย่างละหนึ่งอนุภาค ในหน่วย MeV

เมื่อกำหนดให้ มวลของนิวเคลียสของดิวเทอเรียมรวมกับมวลของอิเล็กตรอน $m_d = 2.014\text{u}$

มวลของโปรตอนของไฮโดรเจนอะตอม $m_p = 1.008\text{u}$

และมวลของนิวตรอน $m_n = 1.009\text{u}$

7.2 กำมันตภาพรังสี

การสลายตัวของนิวเคลียส (Nuclei decay) คือ การที่นิวเคลียสของธาตุใดๆ ที่มีสภาพไม่สมดุลหรือไม่มีความเสถียร เปลี่ยนไปเป็นนิวเคลียสของธาตุใหม่ที่มีความสเถียร หรือการเปลี่ยนโครงสร้างของนิวเคลียสแล้วปลดปล่อยกัมมันตภาพรังสีออกมา ซึ่งกระบวนการสลายตัวของนิวเคลียสจะค่อยๆ เกิดและไม่รุนแรง เพราะพลังงานที่ถูกปลดปล่อยออกมามีแหล่งกำเนิดจากภายในนิวเคลียส โดยเกิดจากการเปลี่ยนมวลเป็นพลังงาน ตามสมการมวล –พลังงานของไอสไตล์ แต่เนื่องจากการสลายตัวของนิวเคลียสใดๆ ภายในอะตอมนั้นไม่มีกฏเกณฑ์ในการสลายตัวที่แน่นอน ดังนั้น ในการหาค่าการสลายตัวของนิวเคลียสจึงเป็นการหาความน่าจะเป็นในการสลายตัวในหนึ่งหน่วยเวลา

ในหัวข้อนี้ จะกล่าวถึง อัตราการสลายตัวของนิวเคลียส ค่าคงที่ของการสลายตัวของนิวเคลียส กฏการสลายตัวและครึ่งชีวิตของสารกัมมันตภาพรังสี

7.2.1 อัตราการสลายตัวของนิวเคลียส

อัตราการสลายตัวของนิวเคลียส หรือค่ากัมมันตภาพ (activity ,R) คือ อัตราการสลายตัวของนิวไคลด์ของสารกัมมันตภาพรังสีในหนึ่งหน่วยเวลา ซึ่งจะแปรผันตรงกับจำนวนนิวเคลียสที่ไม่เสถียรที่มีอยู่ในขณะนั้นๆ ดังนั้นเราจึงเขียนสมการได้เป็น

$$\text{R} = \frac{d\text{N}}{dt} = -\lambda \text{N} \qquad (7.5)$$

เมื่อ R คือ ค่ากัมมันตภาพในหนึ่งหน่วยเวลาใดๆ ในระบบหน่วยเอสไอ มีหน่วยเป็น **เบคเคอเรล (Becquerel , Bq)**

$$1 \text{ Bq} = 1 \text{ decay/s} \qquad (7.6)$$

N คือ จำนวนนิวเคลียสที่ไม่เสถียรที่เวลาใดๆ λ คือ ค่าคงที่ของการสลายตัว (วินาที)$^{-1}$

7.2.2 ค่าคงที่ของการสลายตัวของนิวเคลียส

ค่าคงที่ของการสลายตัว λ คือ ค่าที่บอกถึง ความน่าจะเป็นที่นิวเคลียสหนึ่งตัวจะสลายตัวในหนึ่งวินาที และเนื่องจากเมื่อเวลาผ่านไปจำนวนนิวเคลียสที่ไม่เสถียรจะลดลงไปเรื่อยๆ ดังนั้น ค่าคงที่ของการสลายตัวจึงมีเครื่องหมายเป็น **ลบ** ทั้งนี้หน่วยของกัมมันตภาพ นอกจากเบคเคอเรล (Bq) แล้ว ยังมีหน่วย เป็น **คูรี (Curie , Ci)** ซึ่ง

$$1\ \mathrm{Ci} \quad = \quad 3.7\times 10^{10}\ \ \mathrm{decay/s} \tag{7.7}$$

7.2.3 กฎการสลายตัวของกำมันตภาพรังสี

เราสามารถหาจำนวนนิวเคลียสของสารกัมมันตภาพรังสี ณ เวลา t ใดๆ ได้โดยอินทิเกรตสมการ (7.5) ด้วยเงื่อนไขเริ่มต้น ที่เวลา $t=0$ มีนิวเคลียสที่ไม่เสถียรจำนวน $\mathrm{N_0}$

จาก $\displaystyle\int_{\mathrm{N_0}}^{\mathrm{N}} \frac{d\mathrm{N}}{\mathrm{N}} = -\lambda\int_0^t dt$ จะได้ $\displaystyle\ln\left|\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{N_0}}\right| = -\lambda t$ หรือ

$$\mathrm{N} \quad = \quad \mathrm{N_0}e^{-\lambda t} \tag{7.8}$$

7.2.4 ครึ่งชีวิตของกัมมันตภาพรังสี

จากสมการ (7.8) จะเห็นได้ว่า เราไม่สามารถคำนวณเวลาที่สารกัมมันตภาพรังสีสลายตัวจนหมดได้ เนื่องจาก $e^{-\lambda t} \neq 0$ แต่ เราสามารถคำนวณเวลาที่จำนวนนิวเคลียสของสารกัมมันตภาพรังสีลดลงจนเหลือครึ่งหนึ่งของจำนวนนิวเคลียสเริ่มต้นได้ โดยจะเรียกเวลาดังกล่าวว่า **“ครึ่งชีวิต (half-life)”** ซึ่งเขียนแทนด้วย $\mathrm{T_{1/2}}$ และ ราสามารถหาครึ่งชีวิตได้โดยการแทน $\mathrm{N}=\mathrm{N_0}/2$ และ $t=\mathrm{T_{1/2}}$

ดังนั้น

$$\frac{\mathrm{N_0}}{2} \quad = \quad \mathrm{N_0}e^{-\lambda \mathrm{T_{1/2}}} \tag{7.9}$$

$$\ln\left(\frac{1}{2}\right) \quad = \quad -\lambda \mathrm{T_{1/2}}$$

จะได้

$$\mathrm{T_{1/2}} \quad = \quad \frac{\ln 2}{\lambda} \quad = \quad \frac{0.693}{\lambda} \tag{7.10}$$

จากสมการ (7.9) จะได้ $e^{-\lambda \mathrm{T_{1/2}}} = \dfrac{1}{2}$ เมื่อนำไปแทนในสมการ (7.8) จะได้

$$\mathrm{N} \quad = \quad \mathrm{N_0}\left(\frac{1}{2}\right)^n \tag{7.11}$$

เมื่อ

$$n \quad = \quad \frac{t}{\mathrm{T_{1/2}}} \tag{7.12}$$

เนื่องจากแต่ละนิวเคลียสของสารกัมมันตภาพรังสีมีอัตราการสลายตัวไม่เท่ากัน ดังนั้น ถ้าต้องการหาอายุเฉลี่ยของนิวเคลียส (average life time, τ) เราต้องหาอายุของนิวเคลียสทุกตัวแล้วหารด้วยจำนวนนิวเคลียสเริ่มต้น ดังนั้นจะได้

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = 1.443T_{1/2} \tag{7.13}$$

ตัวอย่างที่ 7.2 เรเดียม ${}^{226}_{88}\mathrm{Ra}$ มีครึ่งชีวิต 1600 ปี ถ้าเดิมมีเรเดียมอยู่ 3.00×10^{16} นิวเคลียส แล้วจงหา ก) จำนวนนิวเคลียสเริ่มต้นในหน่วย คูรีย์ ข) จำนวนนิวเคลียสที่เหลืออยู่หลังจากเวลาผ่านไป 4800 ปี และ ค) ค่ากัมมันตภาพหลังจากเวลาผ่านไป 4800 ปี

ข) หาจำนวนนิวเคลียสที่เหลืออยู่หลังจากเวลาผ่านไป 4800 ปี

7.3 การสลายตัวของนิวเคลียส

การแผ่รังสีจากนิวเคลียสของอะตอม เรียกว่า **กัมมันตภาพรังสี** เกิดจากการเปลี่ยนแปลงโครงสร้างภายในนิวเคลียสของอะตอมไม่เกี่ยวกับสภาวะแวดล้อม (เช่น ความดัน อุณหภูมิหรือสนามแม่เหล็กไฟฟ้า ฯลฯ เป็นต้น) ทั้งนี้ รังสีที่แผ่ออกมาจากการสลายตัวของนิวเคลียสแบ่งได้ 3 ชนิด คือ รังสีแอลฟา (α - ray) รังสีเบตา (β - ray) และรังสีแกมมา (γ - ray) โดยที่รังสีแอลฟาและเบตาเป็นรังสีที่ถูกปลดปล่อยออกมาจากการสลายตัวของนิวเคลียส ในขณะที่ รังสีแกมมาเกิดจากการจัดเรียงตัวของโปรตอนและนิวตรอนภายในนิวเคลียส

7.3.1 รังสีอัลฟา

รังสีแอลฟา ${}_2^4\mathrm{He}$ หรือ อนุภาคแอลฟา คือ นิวเคลียสของธาตุฮีเลียมที่ประกอบด้วยโปรตอน 2 ตัว และนิวตรอน 2 ตัว ดังนั้นนิวเคลียสของอะตอมใดๆ ถ้าสลายตัวแล้วให้อนุภาคแอลฟาออกมาหลังการสลายตัวจะได้นิวเคลียสใหม่ที่มีเลขอะตอม Z ลดลง 2 หน่วย และเลขมวล A ลดลง 4 หน่วย ซึ่งเขียนเป็นสมการได้เป็น

$${}_{\mathrm{Z}}^{\mathrm{A}}\mathrm{X} \rightarrow {}_{\mathrm{Z-2}}^{\mathrm{A-4}}\mathrm{Y} + {}_2^4\mathrm{He} \qquad (7.14)$$

เมื่อ X คือ นิวเคลียสของธาตุเดิม และ Y คือ นิวเคลียสของธาตุใหม่หลังจากสลายตัว

ตัวอย่างเช่น

$${}_{92}^{238}\mathrm{U} \rightarrow {}_{90}^{234}\mathrm{Th} + {}_2^4\mathrm{He}$$

$${}_{88}^{226}\mathrm{Ra} \rightarrow {}_{86}^{222}\mathrm{Rn} + {}_2^4\mathrm{He}$$

ตัวอย่างที่ 7.3 จงหาพลังงานที่เรเดียมอะตอม ${}_{88}^{226}\mathrm{Ra}$ ปลดปล่อยรังสีอัลฟาออกมาและกลายเป็นเรดอนอะตอม ${}_{86}^{222}\mathrm{Rn}$ ถ้ากำหนดให้ มวลของอนุภาคอัลฟา ${}_2^4\mathrm{He}$ เป็น $4.002602\mathrm{u}$

มวลของ ${}_{88}^{226}\mathrm{Ra}$ เป็น $226.025402\mathrm{u}$ และ มวลของ ${}_{86}^{222}\mathrm{Rn}$ เป็น $222.017571\mathrm{u}$

7.3.2 รังสีเบตา

เมื่อนิวเคลียสของธาตุที่ไม่สเถียรเกิดจากการสลายตัวและปลดปล่อยรังสีเบตาออกมา นิวเคลียสของธาตุที่เกิดใหม่จะมีจำนวนนิวคลีออนเท่ากับธาตุเดิมก่อนสลาย แต่เลขอะตอมจะเปลี่ยนแปลงไปหนึ่งหน่วย

$$ {}^{A}_{Z}\mathrm{X} \rightarrow {}^{A}_{Z+1}\mathrm{Y} + e^{-} \qquad (7.15)$$

$$ {}^{A}_{Z}\mathrm{X} \rightarrow {}^{A}_{Z-1}\mathrm{Y} + e^{+} \qquad (7.16)$$

ตัวอย่างเช่น ${}^{14}_{6}\mathrm{C} \rightarrow {}^{14}_{5}\mathrm{N} + e^{-}$

เป็นที่น่าสงสัยว่า อิเล็กตรอนถูกปลดปล่อยออกมาจาดนิวเคลียสได้อย่างไร ในเมื่อนิวเคลียสประกอบด้วยโปรตอนและนิวตรอนเท่านั้น ทั้งนี้เมื่อพิจารณาอย่างละเอียดแล้วจะพบว่า อิเล็กตรอนเกิดจากการที่นิวตรอนเปลี่ยนเป็นโปรตอน ดังสมการ

$$ {}^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow {}^{1}_{1}\mathrm{p} + e^{-} \qquad (7.17)$$

ตัวอย่างที่ 7.4 จงหาพลังงานที่คาร์บอนอะตอม ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ ปลดปล่อยรังสีเบตาออกมาและกลายเป็นไนโตเจนอะตอม ${}^{14}_{7}\mathrm{N}$ $({}^{14}_{6}\mathrm{C}\ \text{atom} \rightarrow {}^{14}_{5}\mathrm{N}\ \text{atom})$

เมื่อ มวลของ ${}^{14}_{6}\mathrm{C} = 14.003242\mathrm{u}$ และ มวลของ ${}^{14}_{7}\mathrm{N} = 14.003074\mathrm{u}$

7.3.3 รังสีแกมมา

รังสีแกมมา(γ-*ray*) เกิดจากการเปลี่ยนระดับพลังงานของนิวเคลียสจากระดับพลังงานสูงมาสู่ระดับพลังงานที่ต่ำกว่า แล้วปลดปล่อยพลังงานออกมาในรูปคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีความยาวคลื่นในย่านรังสีแกมมา ซึ่งไม่เป็นกระบวนการที่ทำให้เกิดนิวเคลียสใหม่

$$ {}^{A}_{Z}\mathrm{X} \rightarrow {}^{A}_{Z}\mathrm{X}^{*} + \gamma \qquad (7.18)$$

ตัวย่างเช่น ${}^{12}_{6}\mathrm{C} \rightarrow {}^{12}_{6}\mathrm{C}^{*} + \gamma$

โดยทั่วไป การสลายตัวของนิวเคลียสใดๆ ที่ให้รังสีแอลฟาและเบตาออกมาจะให้รังสีแกมมาด้วย เพราะว่าการสลายตัวของนิวเคลียสนั้นจะทำให้นิวเคลียสที่เกิดใหม่เปลี่ยนระดับพลังงานมาสู่สถานะที่มีพลังงานต่ำกว่าเสมอ

แบบฝึกหัดประจำบทที่ 7

1) จงใช้ตารางธาตุ เพื่อหา ${}^{A}_{Z}X$ ว่า คือธาตุชนิดใด มีจำนวนโปรตอนและนิวตรอน เท่าใด เมื่อ

1.1) $Z = 7,\ N = 8$ 1.2) $Z = 19,\ A = 64$ 1.3) $N = 12,\ A = 23$

2) จงหาพลังงานยึดเหนี่ยว (E_b) ของนิวเคลียสของ ${}^{3}_{2}He$ ในหน่วย MeV เมื่อกำหนดให้ มวลรวมของนิวเคลียสของ ${}^{3}_{2}He$ เท่ากับ 3.016u มวลของโปรตอน $m_p = 1.008u$ และมวลของนิวตรอน $m_n = 1.009u$ และฮีเลียมหนึ่งอะตอมประกอบด้วยโปรตอน 2 อนุภาค และ นิวตรอน 1 อนุภาค

3) แร่ยูเรเนียม-238 มีครึ่งชีวิต 4.50×10^{9} ปี ถ้าเดิมมียูเรเนียม 3.00×10^{20} นิวเคลียส แล้วจงหา

3.1) จำนวนนิวเคลียสเริ่มต้นในหน่วย คูรีย์

3.2) จำนวนนิวเคลียสที่เหลืออยู่หลังจากเวลาผ่านไป 1.80×10^{10} ปี

3.3) ค่ากัมมันตภาพหลังจากเวลาผ่านไป 1.80×10^{10} ปี

4) จงหาเวลาที่เรเดียมจะสลายตัวไป $\frac{15}{16}$ เท่าของจำนวนเดิม ถ้าเรเดียมมีครึ่งชีวิต 1600 ปี

5) ถ้าคาร์บอน-14 มีค่ากัมมันตภาพ $1.85 \times 10^{11}Bq$ และมีครึ่งชีวิต 5570 ปี แล้ว จงหาจำนวนของคาร์บอน-14 ก่อนเกิดการสลายตัวของนิวเคลียส

6) ถ้าเดิมมีธาตุ X อยู่ 200 กรัม แต่เมื่อเวลาผ่านไป 10 ปี ลดลงเหลือ 100 กรัม แล้ว จงหา

6.1) เวลาที่ใช้ในการสลายธาตุ X ไป 175 กรัม

6.2) เวลาที่จะมีธาตุ X เหลืออยู่ 6.25 กรัม

7) จงหาพลังงานที่เบริลเลียมอะตอม ${}^{8}_{4}Be$ ปลดปล่อยรังสีอัลฟาออกมาสองอนุภาค

กำหนดให้ มวลของอนุภาคอัลฟา ${}^{4}_{2}He = 4.002602u$ และ มวลของ ${}^{8}_{4}Be = 8.005305u$

8) จงหาพลังงานที่โพแทสเซียมอะตอมปลดปล่อยรังสีเบตาออกมาแล้วกลายเป็นแคลเซียมอะตอม

$$ {}^{40}_{19}K \rightarrow {}^{40}_{20}Ca + e^{-} $$

เมื่อ มวลของ ${}^{40}_{19}K = 39.963\ 999u$ และ มวลของ ${}^{40}_{20}Ca = 39.962\ 591u$